

﴿ قُلْ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا إِلَّا الْمُوْدَةُ فِي الْقُرْبَىٰ وَمَنْ يَتَرَفَّهُ حَسَنَةً نَزِدُهُ فِيهَا حُسْنًا إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ شَكُورٌ ﴾

في المتتابعة {1,2,3,...,48,49} أوجد رتبة الحد الذي مجموع ما قبله = مجموع ما بعده

الحل

نفرض أن هذا الحد هو x وتكون المتتابعة هي {1,2,3,..., $x-1$, x , $x+1$,...,48,49} لأن كل حد يزيد عن سابقه بمقدار 1.

مجموع عدد منته من متتابعة حسابية هو $g_n = \frac{n}{2}(a+k)$ حيث n عدد حدود المتتابعة = 49 في حالتنا هذه، a الحد الأول من المتتابعة = 1 في حالتنا هذه، k الحد الأخير = 49 في حالتنا هذه.

لاحظ أننا سنقسم هذه المتتابعة إلى قسمين:

• المتتابعة الأولى من 1 وحتى $x-1$

• المتتابعة الثانية من $x+1$ وحتى 49

نقوم بإيجاد مجموع المتتابعة الأولى ونساويه بمجموع المتتابعة الثانية.

$$\text{مجموع المتتابعة الأولى: } g_n = \frac{x-1}{2}(1+x)$$

لأن الحد الأول في المتتابعة هو 1 ، وعدد حدود هذه المتتابعة = الحد الأخير = $x-1$

$$g_n = \frac{x(x-1)}{2} \quad (*)$$

$$\text{نقوم الآن بإيجاد مجموع حدود المتتابعة الثانية: } g_n = \frac{(49-x)}{2}(x+1+49)$$

لأن الحد الأول = $x+1$ وعدد حدودها هو (49 - المتتابعة الأولى) أي ($x-49$) وحدتها الأخيرة هو 49

$$g_n = \frac{(49-x)(x+50)}{2} \quad (**)$$

بمساواة المعادلتين $(**)$ = $(*)$ نحصل على قيمة x :

$$\frac{(49-x)(x+50)}{2} = \frac{x(x-1)}{2} \rightarrow x = 35$$

إذن رتبة الحد الذي مجموع ما قبله = مجموع ما بعده في المتتابعة {1,2,3,...,49} هو الحد 35 وقيمتها أيضاً = 35.