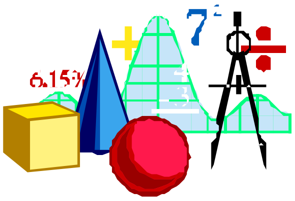
الوحدة الأولى
التطابق



مفهوم التطابق

أولاً : تطابق قطعتين مستقيمتين

تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كان لهما نفس الطول .

ونعبر عن ذلك بالرموز :

Q أ ب = جـ ء   \ $\overline{\text{أ ب}}$ o $\overline{\text{جـ ء}}$ والعكس صحيح .

ثانياً : تطابق زاويتين

تتطابق زاويتان إذا كان لهما نفس القياس .

ونعبر عن ذلك بالرموز :

Q ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ ء هـ و)   \ ∠ أ ب جـ o ∠ ء هـ و   والعكس صحيح .

ثالثاً : تطابق مثلثين

لكي يتطابق المثلثان يجب أن تتطابق العناصر المتناظرة .

M.M.K

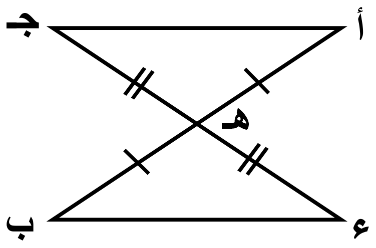
ملاحظات هامة

(١) أي مستقيمين يجمعهما مستوى واحد يمكن أن يتطابقا .
(٢) أي شعاعين يجمعهما مستوى واحد يمكن أن يتطابقا .
(٣) أي قطعتين مستقيمتين متساويتين في الطول تتطابقان .
(٤) أي قطعتين مستقيمتين متطابقتين تكونا متساويتان في الطول .
(٥) عند كتابة المثلثين المتطابقين يجب أن يكون لهما نفس ترتيب الرؤوس المتناظرة .
(٦) أي زاويتان متساويتان في القياس تكونا متطابقتان .
(٧) أي زاويتان متطابقتان تكونا متساويتان في القياس .
(٨) إذا أعطيت ثلاثة عناصر متناظرة في مثلثين من بينها ضلع على الأقل وكل عنصر يساوي نظيرة ينتج عن ذلك تساوى العناصر الثلاثة الأخرى المتناظرة في كل منها .

الحالة الأولى لتطابق مثلثين

" يتطابق المثلثان إذا تطابق **ضلعان والزاوية المحصورة بينهما** في أحد المثلثين مع نظائرهما في المثلث الآخر "

س ١



في الشكل المقابل

أب ∩ جـ ء = { هـ } ، أ هـ = هـ ب ، جـ هـ = هـ ء

أثبت أن :

(١) r أ هـ جـ = r ب هـ ء ثم أكتب ماذا تستنتج ؟

(٢) أ جـ // ب ء

البرهان

r r أ هـ جـ ، ب هـ ء

فيهما

١- أ هـ = ب هـ
٢- جـ هـ = ء هـ
٣- ق(< أ هـ جـ) = ق(< ب هـ ء)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

١- أ جـ = ب ء
٢- ق(< أ) = ق(< ب) وهما في وضع تبادل
٣- ق(< جـ) = ق(< ء) وهما في وضع تبادل

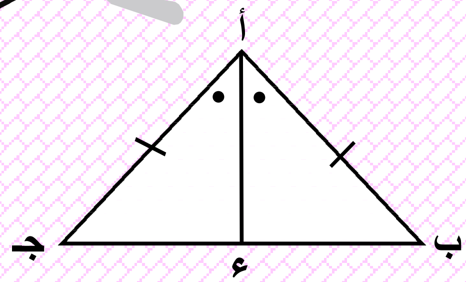
بناء علي ما سبق يكون
أ جـ // ب ء

حقيقة اثبت أن :

" في أي شكل رباعي إذا تساوى وتوازى ضلعان متقابلان فيه كان الشكل متوازي أضلاع " ؟

M.M.K

س ٢



في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ

، أ ء منصف للزاوية أ ، أ ء ∩ ب جـ = { ء }

أثبت أن :

(١) ء منتصف ب جـ (٢) أ ء ⊥ ب جـ

البرهان

r r أ ب ء ، أ جـ ء

فيهما

١- أ ب = أ جـ
٢- أ ء ضلع مشترك
٣- ق(< ب أ ء) = ق(< جـ أ ء)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

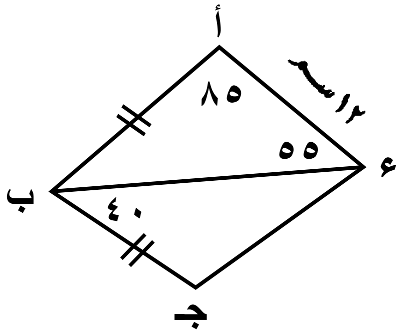
١- ب ء = جـ ء أي أن ء منتصف ب جـ
٢- ق(< ب) = ق(< جـ)
٣- ق(< أ ء ب) = ق(< أ ء جـ)

ق(< ب أ ء) + ق(< جـ أ ء) + ق(< ب) + ق(< جـ) = ١٨٠ ˚

\ ق(< ب أ ء) + ق(< ب) = ٩٠ ˚ \ أ ء ^ ب جـ

س ٣

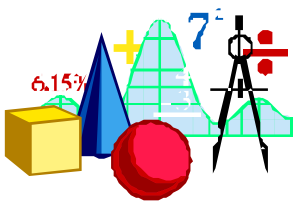
في الشكل المقابل



أوجد (١) قياسات زوايا المثلث ب جـ ء الناقصة

(٢) طول $\overline{\text{جـ ء}}$

في r أ ء ب
ق(> أ ب ء) = ١٨٠ – [٥٥ + ٨٥]
= ٤٠°



r r أ ء ب ، جـ ء ب

فيهما

١- أ ب = جـ ب
٢- ب ء ضلع مشترك
٣- ق(> أ ب ء) = ق(> جـ ب ء)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

١- أ ء = جـ ء = ١٢ سم
٢- ق(> أ) = ق(> جـ) = ٨٥°
٣- ق(> أ ء ب) = ق(> جـ ء ب) = ٥٥°

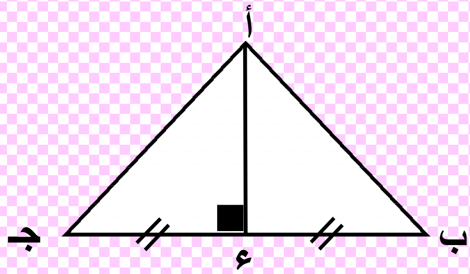
س ٤

في الشكل المقابل

أثبت أن :

(١) أ ب = أ جـ

(٢) $\overline{\text{أ ء}}$ منصف > أ



r r أ ب ء ، أ جـ ء

فيهما

١- أ ء ضلع مشترك
٢- ء ب = ء جـ
٣- ق(> أ ء ب) = ق(> أ ء جـ)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

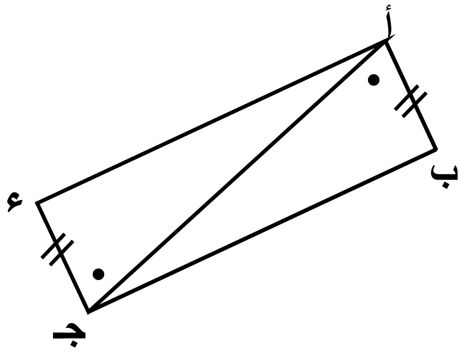
١- أ جـ = أ ب
٢- ق(> ب أ ء) = ق(> جـ أ ء)
أى أن أ ء ينصف > أ

س ٥

في الشكل المقابل

أثبت أن :

ق (> ب) = ق (> ء)



البرهان

r r أ ب جـ ، جـ ء أ

فيهما
١- أ جـ ضلع مشترك
٢- أ ب = جـ ء
٣- ق(<ب أ جـ) = ق(<ء جـ أ)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن : ق(<ب) = ق(<جـ)

س ٦

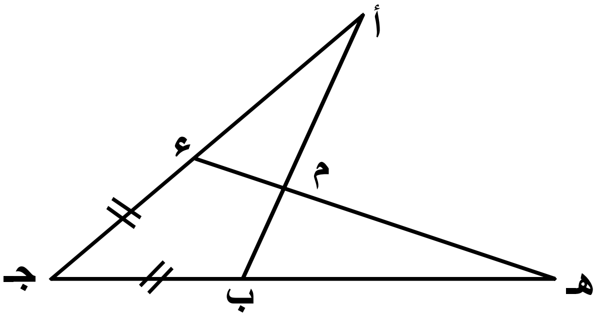
في الشكل المقابل

ب جـ = ء جـ ، أ جـ = جـ هـ

أثبت أن :

(١) ق (∠ أ) = ق (∠ هـ)

(٢) أ ب = هـ ء



البرهان

r r أ ب جـ ، هـ ء جـ

فيهما
١- أ جـ = هـ جـ
٢- ء جـ = ب جـ
٣- < جـ زاوية مشتركة

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

١- ق(< أ) = ق(< هـ)
٢- أ ب = هـ ء
(هـ . ط . ث)

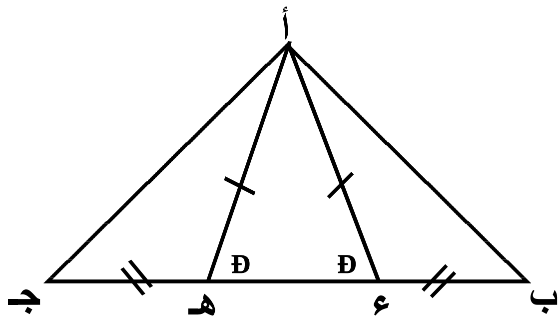
س ٧

في الشكل المقابل

أثبت أن :

(١) أ ب = أ جـ

(٢) ق (∠ ب) = ق (∠ جـ)



البرهان

Q ق(<أ ء هـ) = ق(<أ هـ ء)
\ ق(<أ ء ب) = ق(<أ هـ جـ)

r r أ ء ب ، أ هـ جـ

فيهما
١- ء أ = أ هـ
٢- ب ء = جـ هـ
٣- ق(<أ ء ب) = ق(<أ هـ جـ)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

١- أ ب= أ جـ
٢- ق(< ب) = ق(<جـ)
(هـ . ط . ث)

M.M.K

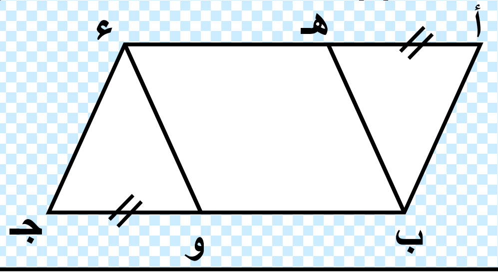
س ٨

في الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازي الأضلاع

أثبت أن : (١) r أ ب هـ º r جـ ء و

(٢) الشكل ب هـ ء و متوازي أضلاع



Q أ ب جـ ء متوازي الأضلاع

\ ق(<أ) = ق(<جـ) ، أ ب = ء جـ

r r أ ب هـ ، جـ ء و

فيهمـا

١- أ ب = جـ ء

٢- أ هـ = جـ و

٣- ق(<أ) = ق(<جـ)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

r أ ب هـ º r جـ ء و

Qهـ ء // ب و ، هـ ء = ب و

\ الشكل ب هـ ء و متوازى أضلاع

M.M.K

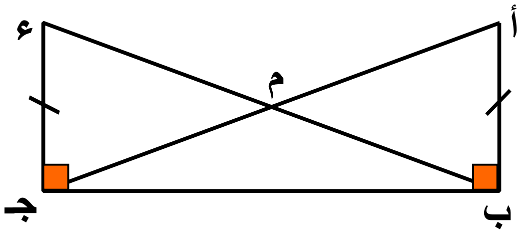
س ٩

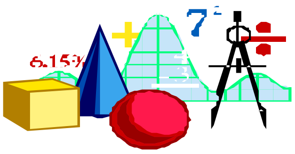
في الشكل المقابل

أثبت أن :

(١) r أ ب جـ º r ء جـ ب

(٢) أ جـ = ب ء





س ١٠

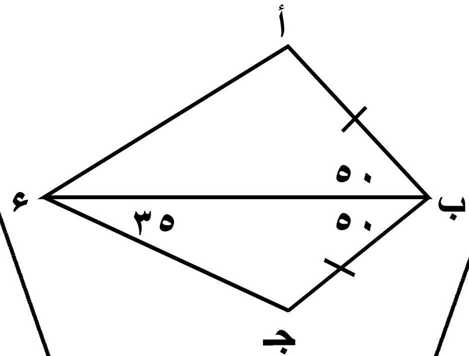
في الشكل المقابل

أثبت أن :

(١) r أ ب ء º r جـ ب ء

(٢) ∠ أ ب ء º ∠ جـ ب ء

(٣) أوجد ق (∠ ب أ ء)



س ١١

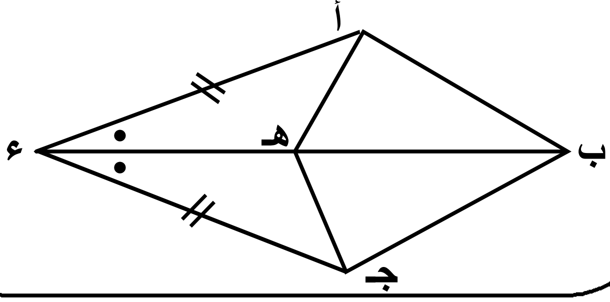
في الشكل المقابل

أثبت أن :

(١) أ ب = ب جـ

(٢) ∠ أ ب هـ º ∠ جـ ب هـ

(٣) ق (∠ أ هـ ب) = ق (∠ ب هـ جـ)



الحالة الثانية لتطابق مثلثين

" يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان و الضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرهما في المثلث الآخر"

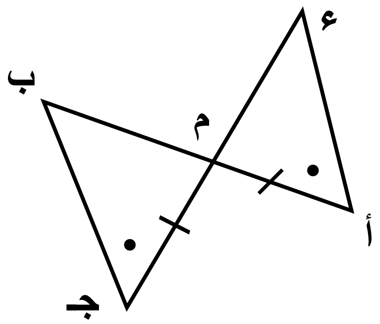
س ١٢

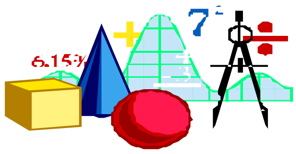
في الشكل المقابل

أ ب ∩ جـ ء = { م } ، أ م = جـ م ، ق (∠ أ) = ق (∠ جـ)

أثبت أن (١) r أ م ء º r جـ م ب

(٢) أ ء = ب جـ





البرهان

r r أ م ء ، جـ م ب

فيهمـا

١- أ م = جـ م
٢- ق(∠ أ) = ق(∠ جـ)
٣- ق(∠ أ م ء) = ق(∠ جـ م ب) بالتقابل بالرأس

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

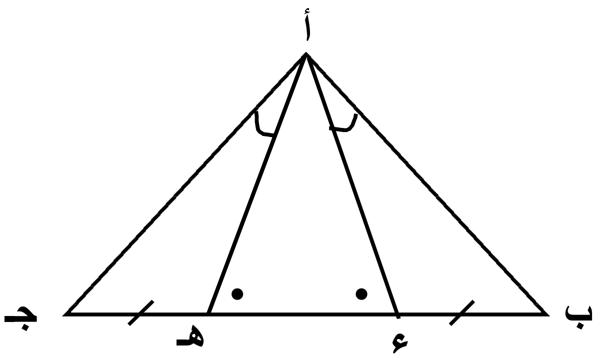
١- r أ م ء º r جـ م ب
٢- أ ء = ب جـ
(هـ . ط . ث)

M.M.K

س ١٣

في الشكل المقابل

أثبت أن r أ ب ء º r أ جـ هـ



البرهان

Q ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ أ هـ ء) ، ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ هـ أ جـ)
\ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ هـ جـ) ، ق(∠ ب) = ق(∠ جـ)

r r أ ء ب ، أ هـ جـ

فيهمـا

١- ق(∠ ب) = ق(∠ جـ)
٢- ب ء = جـ هـ
٣- ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ هـ جـ)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

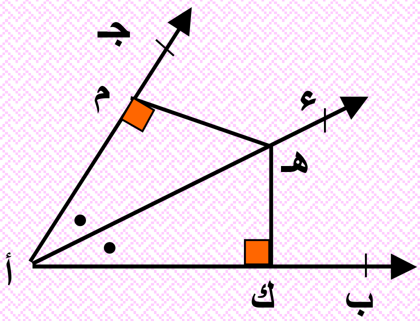
r أ ب ء º r أ جـ هـ
(هـ . ط . ث)

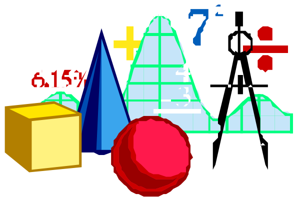
س ١٤

في الشكل المقابل

أثبت أن

النقطة هـ على بعدين متساويين من $\overrightarrow{أ ب}$ ، $\overrightarrow{أ جـ}$





ق(<ك) = ق(<م) = ٩٠°
، ق(<ك أ هـ) = ق(<م أ هـ)
\ ق(<ك هـ أ) = ق(<م هـ أ)

r r أ هـ ك ، أ هـ م

فيهما
١- ق(<ك أ هـ) = ق(<م أ هـ)
٢- أ هـ ضلع مشترك
٣- ق(<ك هـ أ) = ق(<م هـ أ)

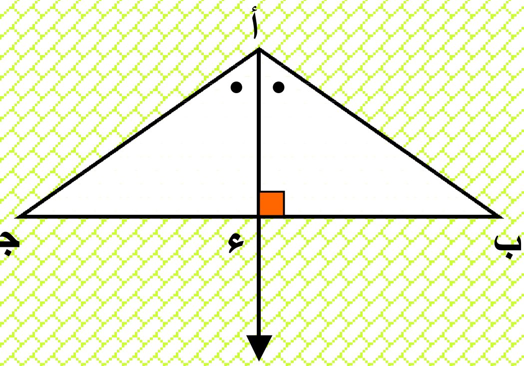
ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

هـ ك = هـ م أي أن
النقطة هـ على بعدين متساويين
من أ ب ، أ جـ

س ١٥

في الشكل المقابل

أثبت أن أ ب = أ جـ



r r أ ء ب ، أ ء جـ

فيهما
١- أ ء ضلع مشترك
٢- ق(<ب أ ء) = ق(<جـ أ ء)
٣- ق(<أ ء ب) = ق(<أ ء جـ) = ٩٠°

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

أ ب = أ جـ
(هـ.ط.ث)

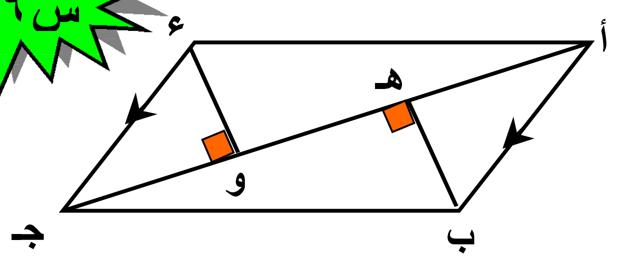
س ١٦

في الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازي أضلاع ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قطر فيه

أثبت أن (١) ب هـ = ء و

(٢) طول $\overline{\text{أ و}}$ = طول $\overline{\text{جـ هـ}}$



Q أ ب جـ ء متوازي أضلاع \ أ ب = ء جـ ، Q أ جـ قطر فيه
\ ق(<ب أ هـ) = ق(<ء جـ و) بالتبادل
\ ق(<أ ب هـ) في r أ ب هـ = ق(<جـ ء و) في r جـ ء و

r r أ ب هـ ، جـ ء و

فيهما
١- ق(<ب أ هـ) = ق(<ء جـ و)
٢- أ ب = ء جـ
٣- ق(<أ ب هـ) = ق(<جـ ء و)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

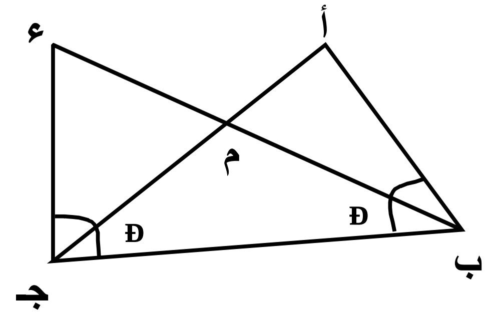
١- ب هـ = ء و
٢- أ هـ = جـ و بإضافة هـ و
للطرفين ينتج أن : أ و = جـ هـ

M.M.K

س ١٧

في الشكل المقابل

اثبت أن (١) أ ب = ء جـ
(٢) ب م = جـ م



البرهان

r r أ ب جـ ، ء ب جـ

فيهما
١- ب جـ ضلع مشترك
٢- ق(<أ جـ ب) = ق(<ء ب جـ)
٣- ق(<أ ب جـ) = ق(<ء جـ ب)

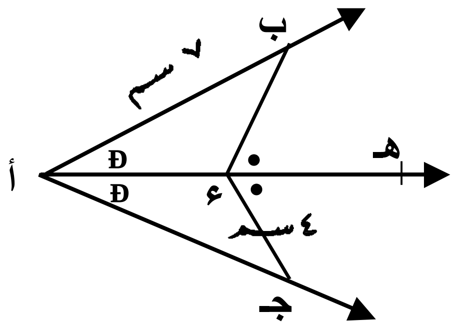
ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

أ ب = ء جـ (هـ . ط . ث) أولاً
للحصول علي المطلوب الثاني نطبق ،
r r أ ب م ، ء جـ م

س ١٨

في الشكل المقابل

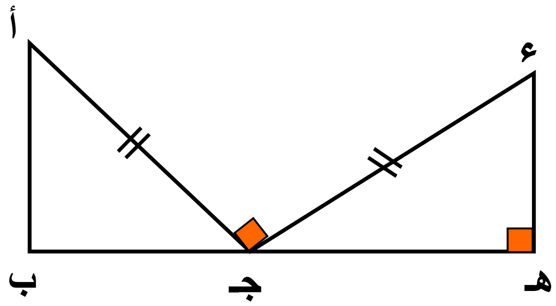
أوجد طول كلاً من أ جـ ، ب ء



س ١٩

في الشكل المقابل

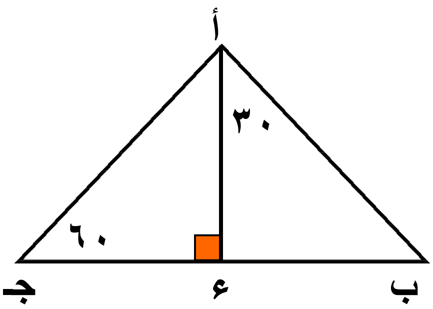
أثبت أن ء هـ = ب جـ



س ٢٠

في الشكل المقابل

ب جـ = ١٠سم أوجد طول ب ء



البرهان

ق(<جـ) = ٦٠ ْ ، ق(<أ ء جـ) = ٩٠ ْ
، ق(<ب أ ء) = ٣٠ ْ ، ق(<أ ء ب) = ٩٠ ْ
\ ق(<ب) = ٦٠ ْ ، ق(<أ ء جـ) = ٣٠ ْ

r r أ ب ء ، أ جـ ء

فيهما
١- أ ء ضلع مشترك
٢- ق(<ب أ ء) = ق(<جـ أ ء) = ٣٠ ْ
٣- ق(<أ ء ب) = ق(<أ ء جـ) = ٩٠ ْ

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ب ء = ء جـ = ٥ سم
(هـ . ط . ث)

الحالة الثالثة لتطابق مثلثين

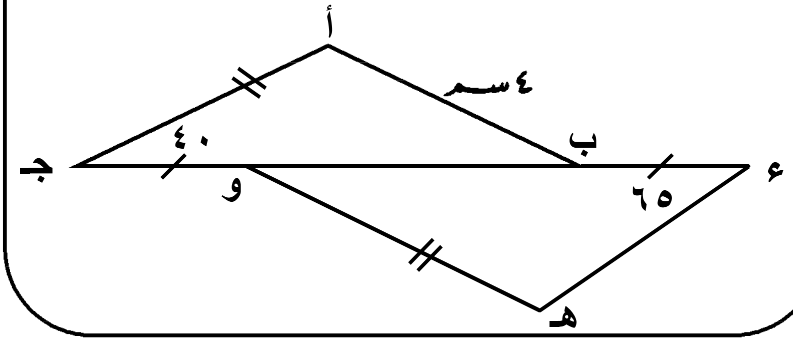
" يتطابق المثلثان إذا تطابق **كل ضلع** في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الآخر "

س ٢١

في الشكل المقابل

ب ء = جـ و ، أ جـ = هـ و ، أ ب = ء هـ = ٤ سم   أثبت أن

(١) r r أ ب جـ ، هـ ء و متطابقان   (٢) أوجد ق (∠ هـ)



البرهان

ب ء = جـ و ، بإضافة ب و للطرفين
\ ء و = جـ ب

r r أ ب جـ ، هـ ء و

فيهما
١- ء و = جـ ب
٢- أ جـ = هـ و
٣- أ ب = ء هـ = ٤ سم

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ق(> جـ) = ق(> و) = ٤٠° في r ء هـ و
\ ق(> هـ) = ١٨٠ – [٤٠ + ٦٥] = ٧٥°
(هـ.ط.ث)

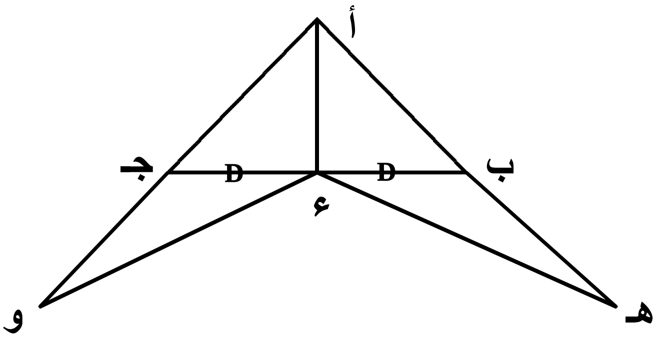
M.M.K

س ٢٢

في الشكل المقابل

أ هـ = أ و ، ب هـ = جـ و

أثبت أن : ء هـ = ء و



Q أ هـ = أ و ، ب هـ = جـ و   بالطرح   \ أ ب = أ جـ

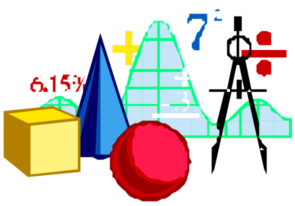
البرهان

r r أ ب ء ، أ جـ ء

فيهما
١- ب ء = جـ ء
٢- أ ب = أ جـ
٣- أ ء ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ق(> أ ب جـ) = ق(> أ جـ ء)
\ ق(> ء ب هـ) = ق(> ء جـ و)



، r r هـ ب ء ، و جـ ء

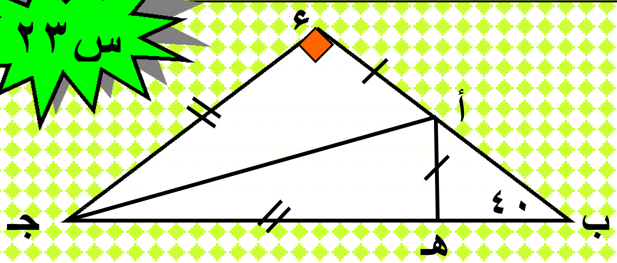
فيهما
١- ب ء = جـ ء
٢- هـ ب = و جـ
٣- ق(> ء ب هـ) = ق(> ء جـ و)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ء هـ = ء و
(هـ.ط.ث)

س ٢٣

في الشكل المقابل



أثبت أن

(١) r أ هـ جـ ° r أ ء جـ

(٢) أوجد ق (∠ ب أ هـ)

البرهان

r r أ جـ هـ ، أ جـ ء

فيهما

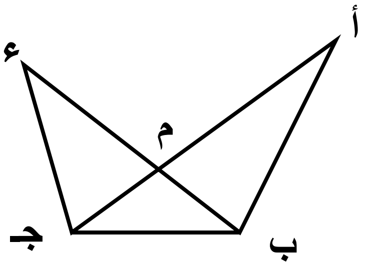
١- أ ء = أ هـ
٢- جـ ء = جـ هـ
٣- أ جـ ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ق(> أ هـ جـ) = ق(> ء) = ٩٠°
\ ق(> ب أ هـ) = ١٨٠ – [٤٠ + ٩٠] = ٥٠°
(هـ.ط.ث)

س ٢٤

في الشكل المقابل



أ ب = جـ ء ، أ جـ = ب ء

اثبت أن

(١) ق (∠ ب أ م) = ق (∠ ب ء جـ)

(٢) ب م = جـ م

البرهان

r r أ ب جـ ، ء جـ ب

فيهما

١- أ جـ = ب ء
٢- أ ب = ء جـ
٣- ب جـ ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

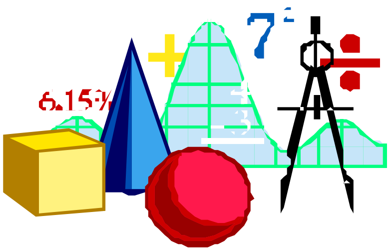
ق(> أ) = ق(> ء)
(هـ.ط.ث) أولاً

، Q ق(> أ م ب) = ق(> ء م جـ) بالتقابل بالرأس \ ق(> أ ب م) = ق(> ء جـ م)

، r r أ م ب ، ء م جـ

فيهما

١- أ ب = جـ ء
٢- ق(> أ) = ق(> ء)
٣- ق(> أ ب م) = ق(> ء جـ م)



ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ب م = جـ م
(هـ.ط.ث) ثانياً

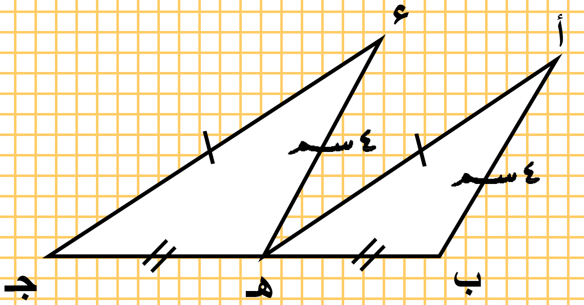
س ٢٥

في الشكل المقابل

أثبت أن

(١) $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$

(٢) $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ء هـ}}$



البرهان

r r أ ب هـ ، ء هـ جـ

فيهما

١- أ هـ = ء جـ
٢- ب هـ = جـ هـ
٣- أ ب = ء هـ = ٤ سم

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

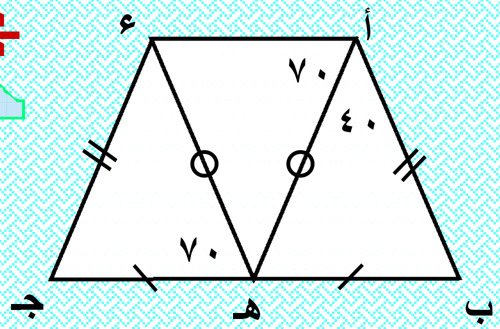
ق(> أ هـ ب) = ق(> جـ) ، هما في وضع تناظر
\ أ هـ // جـ ء
، ق(> ب) = ق(> ء هـ جـ) ، هما في وضع تناظر
\ أ ب // ء هـ   (هـ . ط . ش)

س ٢٦

في الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعي

أثبت أن $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

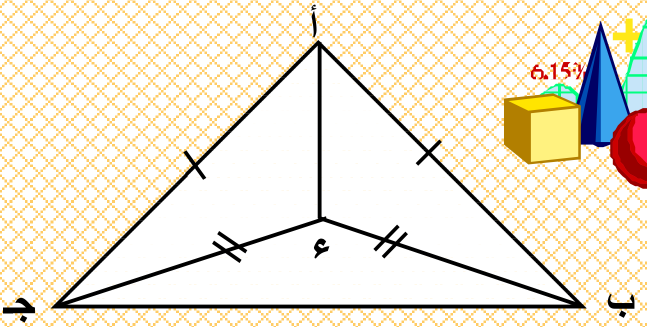


س ٢٧

في الشكل المقابل

أثبت أن

$\overline{\text{أ ء}}$ منصف للزاوية أ



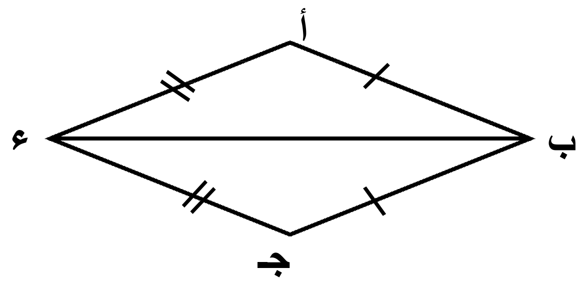
س ٢٨

في الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعي

أثبت أن (١) r أ ب ء ˚ r جـ ب ء

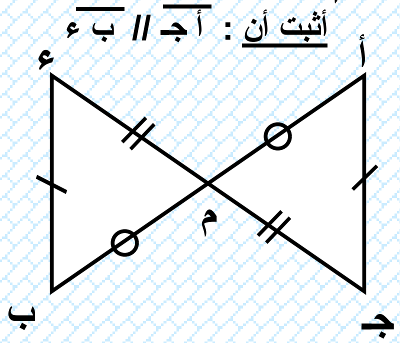
(٢) $\overline{\text{ب ء}}$ منصف للزاوية أ ب جـ



س ٢٩

في الشكل المقابل

أثبت أن : $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$



الحالة الرابعة لتطابق مثلثين

" يتطابق **المثلثان القائما الزاوية** إذا تطابق **وتر و أحد ضلعي القائمة** في أحد المثلثين مع نظيريهما في المثلث الآخر "

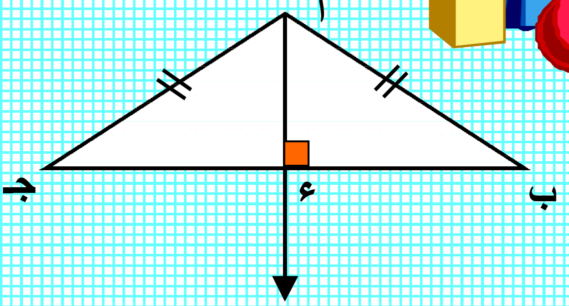
س ٣٠

في الشكل المقابل

أثبت أن

(١) ق (∠ ب) = ق (∠ جـ)

(٢) أ ء ينصف ∠ أ



البرهان

r r أ ب ء ، أ جـ ء

فيهمـا

١- أ ب = أ جـ

٢- ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ ء جـ)

٣- أ ء ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ق(∠ ب) = ق(∠ جـ)

، ق(∠ ب أ ء) = ق(∠ جـ أ ء)

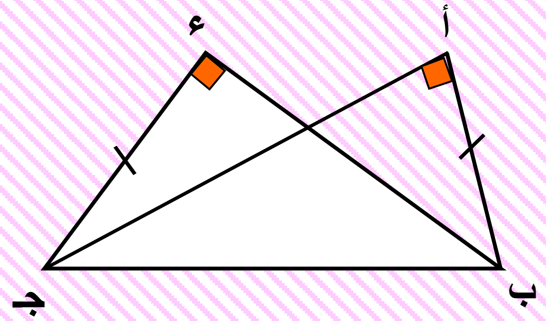
\ أ ء ينصف ∠ أ (هـ . ط . ث)

M.M.K

س ٣١

في الشكل المقابل

أثبت أن أ جـ = ب ء



البرهان

r r أ ب جـ ، ء ب جـ

فيهمـا

١- أ ب = ء جـ

٢- ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠ جـ ء ب) = ٩٠°

٣- ب جـ ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

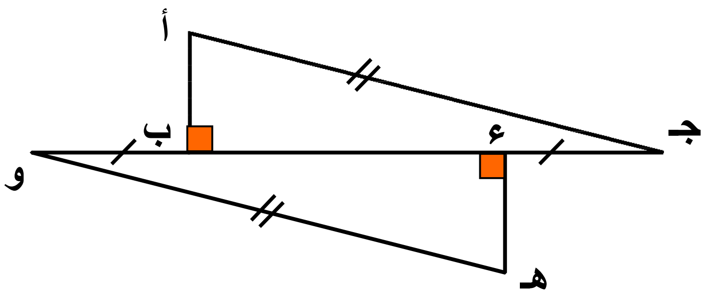
\ أ جـ = ء ب (هـ . ط . ث)

س ٣٢

في الشكل المقابل

أثبت أن (١) أ ب = هـ ء

(٢) $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$



M.M.K

Q جـ ء = ب و ، بإضافة ء ب للطرفين \ جـ ب = ء و

البرهان

r r أ ب جـ ، هـ ء و

فيهما

١- أ جـ = هـ و
٢- جـ ب = ء و
٣- ق(< هـ ء و) = ق(< أ ب جـ) = ٩٠°

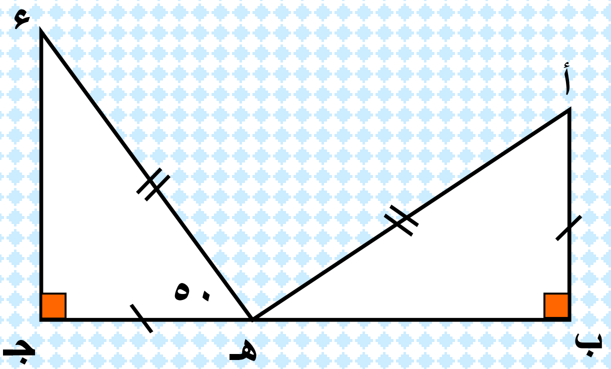
ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

أ ب = هـ ء
، ق(< جـ) = ق(< و) و هما في وضع تبادل
\ أ جـ // هـ و (هـ . ط . ث)

س ٣٣

في الشكل المقابل

اثبت أن (١) ب هـ = جـ ء
(٢) أوجد ق (∠ أ هـ ء)



البرهان

r r أ ب هـ ، هـ جـ ء

فيهما

١- أ ب = هـ جـ
٢- ق(< ب) = ق(< جـ) = ٩٠°
٣- أ هـ = ء هـ

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

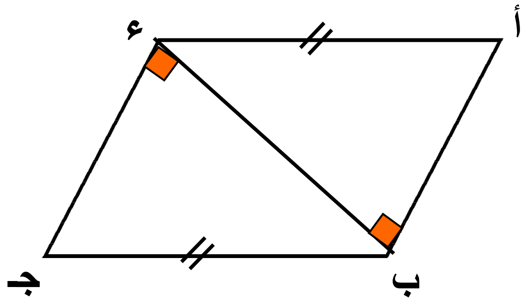
\ ب هـ = جـ ء
ق(< ء) = ق(< أ هـ ب) = ٤٠°
(هـ . ط . ث)

س ٣٤

في الشكل المقابل

أ ء = ب ء ، ب ء ⊥ جـ ء ، ب ء ⊥ أ ب

اثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازي أضلاع



البرهان

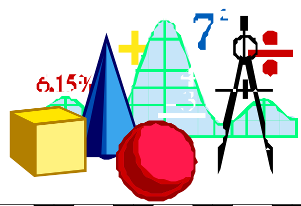
r r أ ب ء ، جـ ء هـ

فيهما

١- أ ء = ب جـ
٢- ق(< أ ب ء) = ق(< جـ ء هـ) = ٩٠°
٣- ب ء ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ق(< أ ء ب) = ق(< جـ ب هـ) = ٤٠°
و هما في وضع تبادل \ أ ء // ب جـ
\ الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع (هـ . ط . ث)



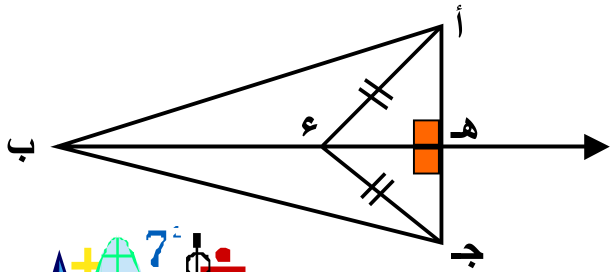
س ٣٥

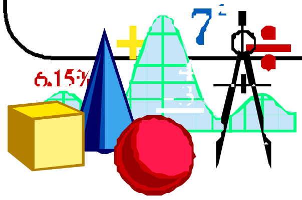
في الشكل المقابل

أثبت أن (١) هـ منتصف أ جـ

(٢) أ ب = ب جـ

(٣) ب ء ينصف ∠ ب





البرهان

r r هـ ء جـ ، هـ ء أ

فيهما

١- أ ء = جـ ء
٢- ق(< أ هـ ء) = ق(< جـ هـ ء) = ٩٠°
٣- هـ ء ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

أ هـ = هـ جـ \ هـ منتصف أ جـ
(هـ . ط . ث) أولاً
، ق(< أ ء هـ) = ق(< جـ ء هـ)

، Q ق(< أ ء هـ) = ق(< جـ ء هـ) \ ق(< أ ء ب) = ق(< جـ ء ب) مكملات الزوايا المتساوية تكون متساوية أيضاً

، r r أ ء ب ، جـ ء ب

فيهما

١- ب ء ضلع مشترك
٢- أ ء = جـ ء
٣- ق(< أ ء ب) = ق(< جـ ء ب)

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

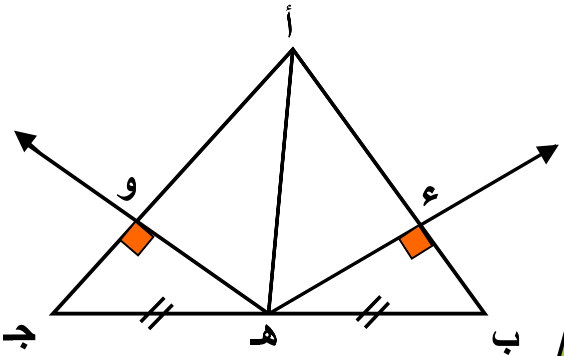
أ ب = ب جـ (هـ . ط . ث) ثانياً
، ق(< أ ب ء) = ق(< جـ ب ء)
\ ب ء ينصف < ب (هـ . ط . ث) ثالثاً

س ٣٦

في الشكل المقابل

أ ب = أ جـ ، هـ منتصف ب جـ

اثبت أن r ب ء هـ o r جـ و هـ



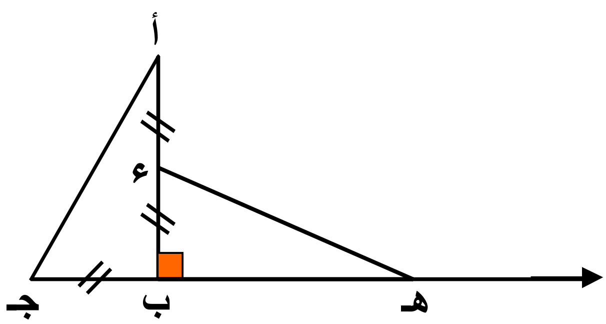
س ٣٧

في الشكل المقابل

أ ء = ب ء = ب جـ = ٣ سم

، جـ هـ = ٩ سم اثبت أن

r أ ب جـ o r هـ ب ء ، وأكتب ناتج التطابق

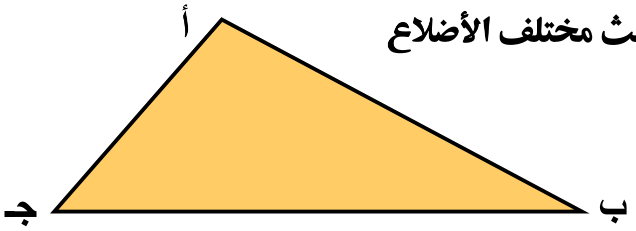
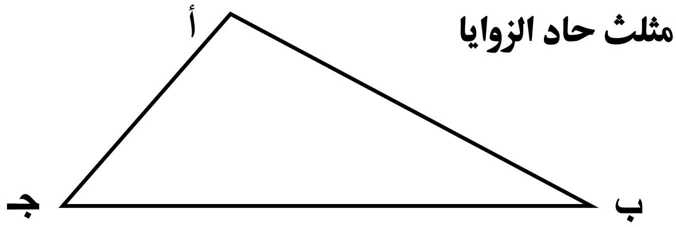
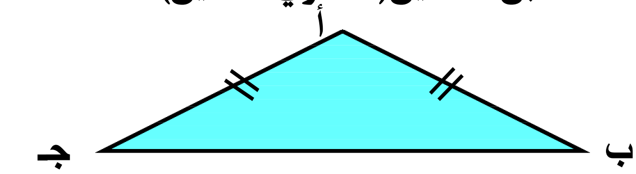
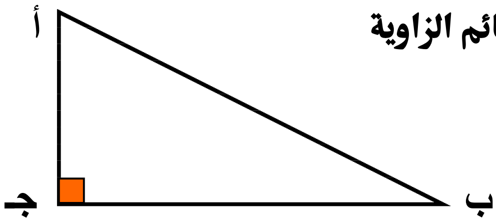
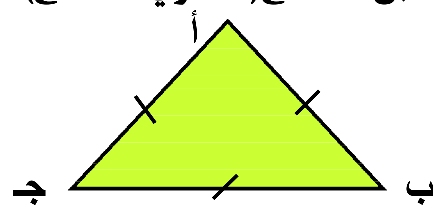
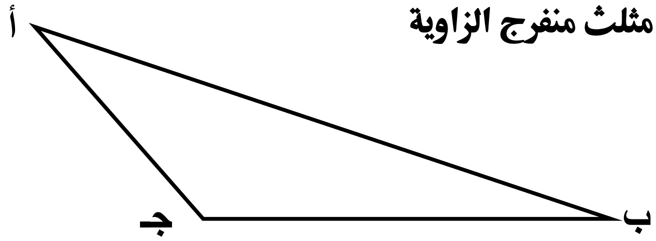


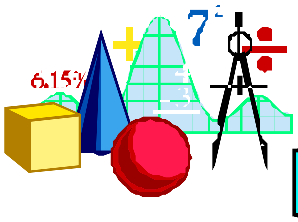
M.M.K

المثلث المتساوي الساقين

M.M.K

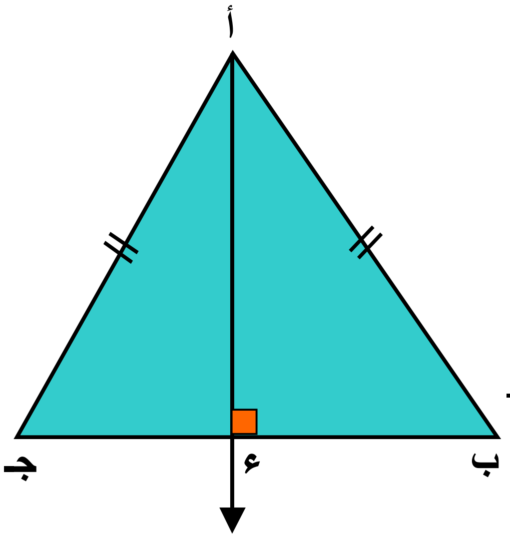
تصنيف المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه و بالنسبة لقياسات زواياه إلي ٣ أنواع :

تصنيف المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه	تصنيف المثلث بالنسبة لقياسات زواياه
مثلث مختلف الأضلاع 	مثلث حاد الزوايا 
مثلث متطابق الضلعين (متساوي الساقين) 	مثلث قائم الزاوية 
مثلث متطابق الأضلاع (متساوي الأضلاع) 	مثلث منفرج الزاوية 



نظرية المثلث المتساوي الساقين

زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان



المعطيات	أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ
المطلوب	إثبات أن : ∠ ب ≡ ∠ جـ
العمل	نرسم أ ء ⊥ ب جـ بحيث أ ء ∩ ب جـ = { ء }

البرهان

△ أ ء ب ، △ أ ء جـ

فيهما

١- أ ب = أ جـ
٢- ق(< أ ء ب) = ق(< أ ء جـ) = ٩٠°
٣- أ ء ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ق(< ب) = ق(< جـ)
(هـ . ط . ث)

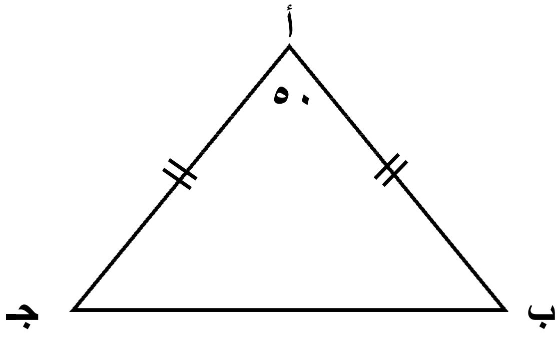
نتيجة هامة

إذا كان المثلث متطابق الأضلاع " متساوي الأضلاع " فإن زواياه الثلاثة تكون متساوية في القياس و قياس كل منها = ٦٠°

س ٣٨

في الشكل المقابل

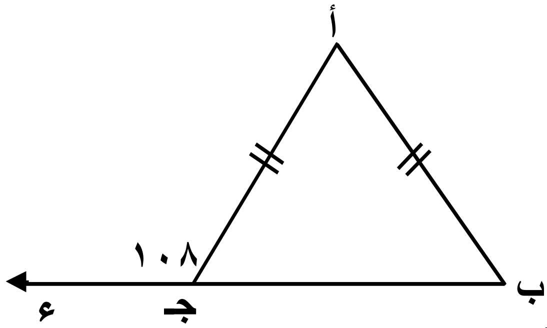
احسب ق(< جـ)



س ٣٩

في الشكل المقابل

احسب قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

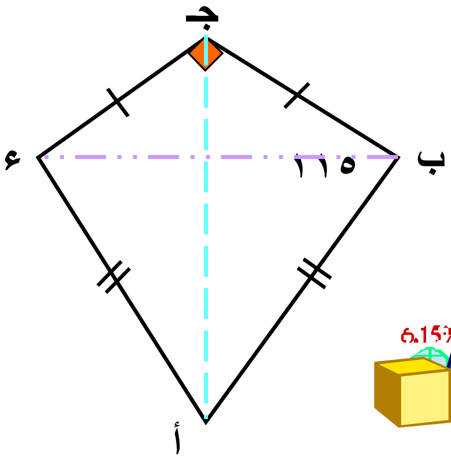


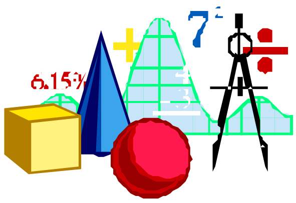
س ٤٠

في الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعي فيه
ب جـ = جـ ء ، أ ب = أ ء
، ق(< جـ) = ٩٠° ، ق (< أ ب جـ) = ١١٥°

أوجد ق(< ب أ ء)





البرهان

r r أ ب جـ ، أ ء جـ

فيهمـا
١ـ أ ب = أ ء
٢ـ جـ ب = جـ ء
٣ـ أ جـ ضلع مشترك

ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ق(< ب جـ أ) = ق(< ء جـ أ) = ٤٥°
\ ق(< ب أ جـ) = ١٨٠ ـ [١١٥ + ٤٥] = ٢٠
\ ق(< ب أ ء) = ٢ × ٢٠ = ٤٠ (هـ . ط . ث)

البرهان

r جـ ب ء فيه جـ ب = جـ ء

ق(< جـ ب ء) = ق(< جـ ء ب)

$$= \frac{١٨٠ - ٩٠}{٢} = ٤٥$$

\ ق(< أ ب ء) = ١١٥ ـ ٤٥ = ٧٠

r أ ب ء فيه أ ب = أ ء

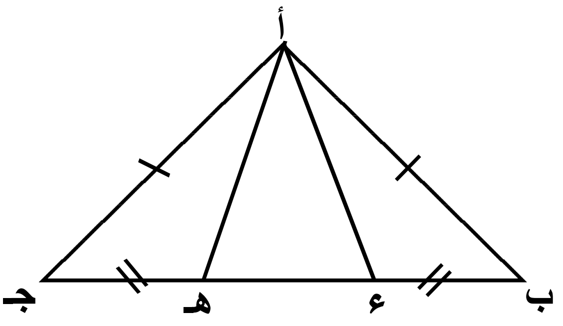
\ ق(< أ ب ء) = ق(< أ ء ب) = ٧٠
\ ق(< أ) = ١٨٠ ـ [٧٠ + ٧٠] = ٤٠

س ٤١

في الشكل المقابل

أثبت أن :

المثلث أ ء هـ متساوي الساقين



r أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ

\ ق(<ب) = ق(<جـ)

r r أ ب ء ، أ جـ هـ

فيهما

١- أ ب = أ جـ
٢- ء ب = جـ هـ
٣- ق(<ب) = ق(<جـ)

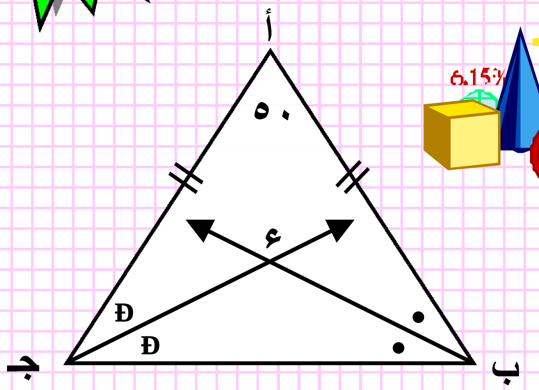
ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

أ ء = أ هـ \ r أ ء هـ متساوي الساقين

س ٤٢

في الشكل المقابل

أوجد ق(<ب ء جـ)



r أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ

، ق(<أ) = ٥٠°

\ ق(<ب) = ق(<جـ)

$= \frac{١٨٠-٥٠}{٢} = ٦٥$

ب ء ينصف <ب ، جـ ء ينصف <جـ

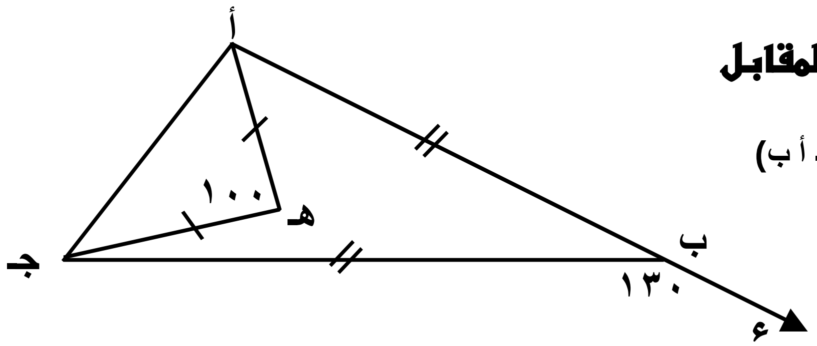
\ ق(<ء ب جـ) = ق(<ء جـ ب) = $\frac{٦٥}{٢}$ = ٣٢,٥

\ ق(<ب ء جـ) = ١٨٠ – ٦٥ = ١١٥

س ٤٣

في الشكل المقابل

احسب ق(<هـ أ ب)



r أ ب جـ فيه أ ب = ب جـ

، ق(<جـ ب ء) = ١٣٠°

\ ق(<أ) = ق(<جـ) = $\frac{١٣٠}{٢}$ = ٦٥

r أ هـ جـ فيه أ هـ = هـ جـ ، ق(<أ هـ جـ) = ١٠٠°

\ ق(<هـ أ جـ) = ق(<هـ جـ أ) = $\frac{١٨٠-١٠٠}{٢} = ٤٠$

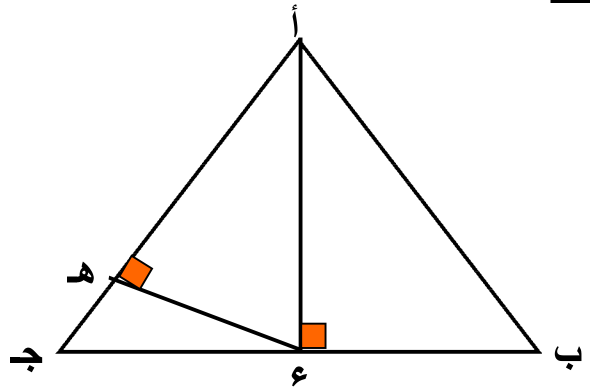
\ ق(<هـ أ ب) = ٦٥ – ٤٠ = ٢٥°

س ٤٤

في الشكل المقابل

r أ ب جـ متساوي الأضلاع

احسب قياسات زوايا المثلث أ ء هـ



البرهان

r أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ = ب جـ

\ ق(<ب) = ٦٠°

\ ق(<ب أ ء) = ١٨٠ – [٩٠ + ٦٠]
= ٣٠°

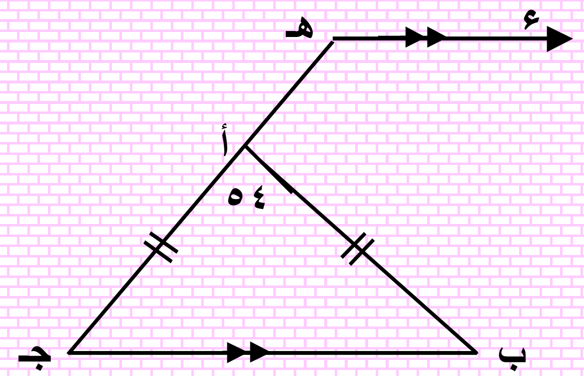
\ ق(<ء أ هـ) = ٦٠ – ٣٠ = ٣٠°

\ ق(<أ ء هـ) = ١٨٠ – [٩٠ + ٣٠]
= ٦٠°

س ٤٥

في الشكل المقابل

احسب ق(< جـ هـ ء)



البرهان

r أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ
، ق(< أ) = ٥٤°
\ ق(< ب) = ق(<جـ)

$= \frac{١٨٠ - ٥٤}{٢} = ٦٣$

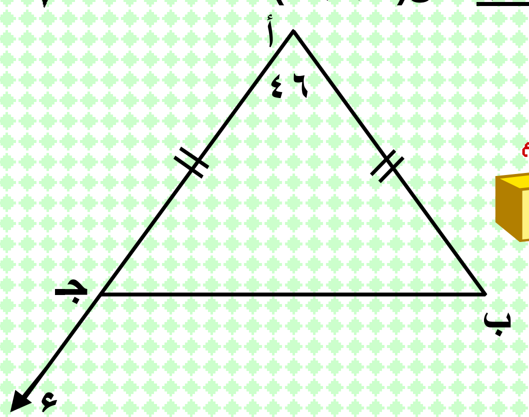
ب ء // ب جـ ، هـ جـ قاطع لهما
\ ق(< هـ) + ق(<جـ) = ١٨٠

\ ق(<جـ هـ ء) = ١٨٠ – ٦٣ = ١١٧

س ٤٧

في الشكل المقابل

احسب ق(< ب جـ ء)

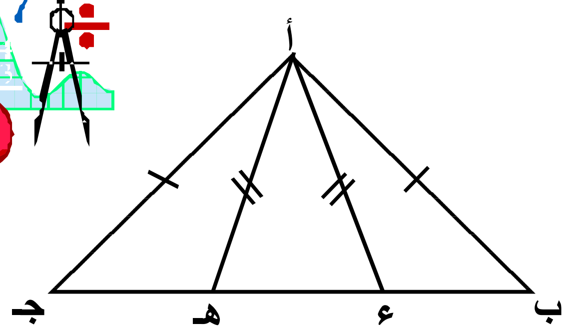


س ٤٦

في الشكل المقابل

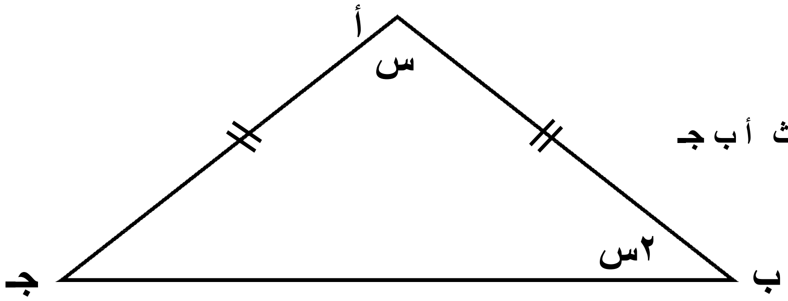
أثبت أن :

ب ء = هـ جـ



س ٤٨ في الشكل المقابل

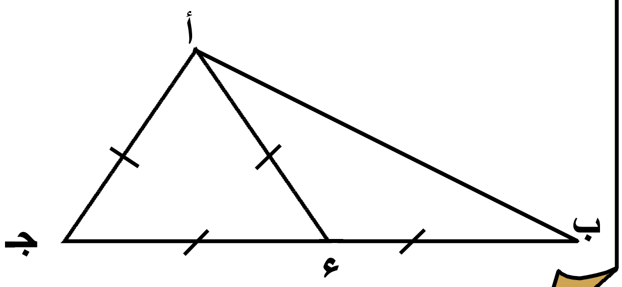
احسب قياسات زوايا المثلث أ ب جـ



س ٤٩ في الشكل المقابل

اثبت أن : r أ ب جـ قائم الزاوية في أ

، أوجد ق(< ب)



البرهان

r أ ء جـ فيه أ ء = أ جـ = ء جـ

\ ق(< أ ء جـ) = ق(< أ جـ ء) = ق(< جـ) = ٦٠°

\ ق(< ب ء أ) = ١٨٠ – ٦٠ = ١٢٠°

، r أ ب ء فيه ء ب = ء أ ، ق(< أ ء ب) = ١٢٠°

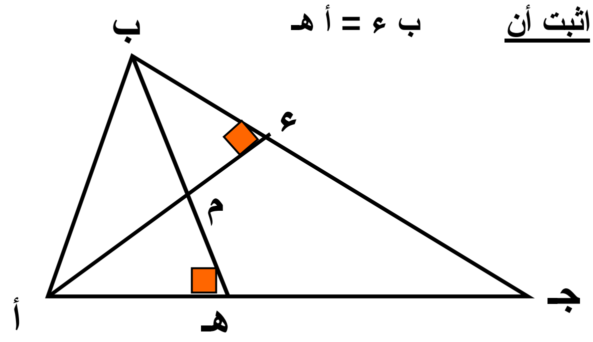
\ ق(< ب) = ق(< ء أ ب) = $\frac{١٨٠-١٢٠}{٢}$

= ٣٠°

س ٥٠ في الشكل المقابل

أ جـ = ب جـ

اثبت أن ب ء = أ هـ



البرهان

r أ ب جـ فيه جـ ب = أ جـ

\ ق(< ب) = ق(< أ)

r r أ ب ء ، أ ب هـ

فيهما

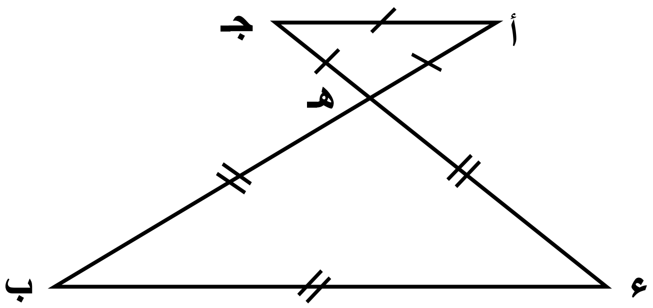
١- أ ب ضلع مشترك
٢- ق(< ب) = ق(< أ)
٣- ق(< ء) = ق(< هـ) = ٩٠

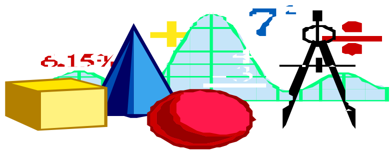
ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :

ء ب = أ هـ

س ٥١ في الشكل المقابل

اثبت أن $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$

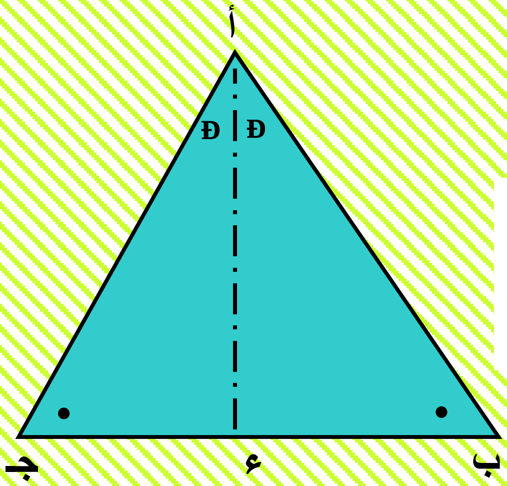




عكس نظرية المثلث المتساوي الساقين

إذا تطابقت (تساوت) زاويتان في المثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقين (متساويين) و يكون المثلث متساوي الساقين .

المعطيات | أ ب جـ مثلث فيه ∠ ب ≡ ∠ جـ
المطلوب | إثبات أن : أ ب = أ جـ
العمل | نرسم أ ء ينصف ∠ ب أ جـ ، $\overrightarrow{أ ء}$ ∩ $\overline{ب جـ}$ = {ء}



البرهان

Δ Δ أ ء ب ، أ ء جـ

فيهما
١- ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ ء أ جـ)
٢- ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ ء جـ)
٣- أ ء ضلع مشترك

<u>ينطبق المثلثان و ينتج من التطابق أن :</u>

أ ب = أ جـ
(هـ . ط . ث)

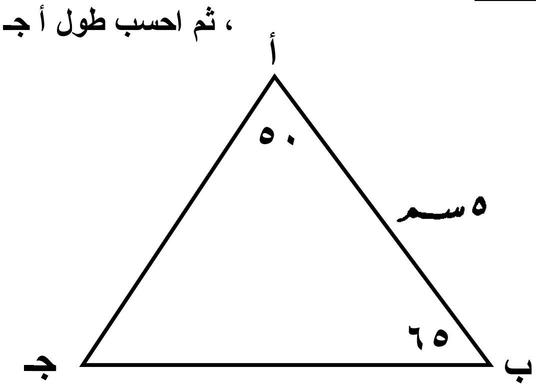
نتائج هامــة

نتيجة (١) إذا تساوي قياسات زوايا المثلث الثلاثة كان المثلث متساوي الأضلاع

نتيجة (٢) إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث المتساوي الساقين = ٦٠° كان المثلث متساوي الأضلاع

س ٢ه في الشكل المقابل

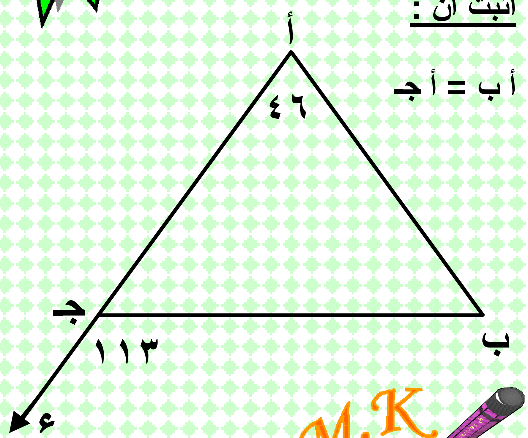
<u>اثبت أن</u> المثلث أ ب جـ متساوي الساقين ، ثم احسب طول أ جـ



س ٣ه في الشكل المقابل

<u>أثبت أن :</u>

أ ب = أ جـ

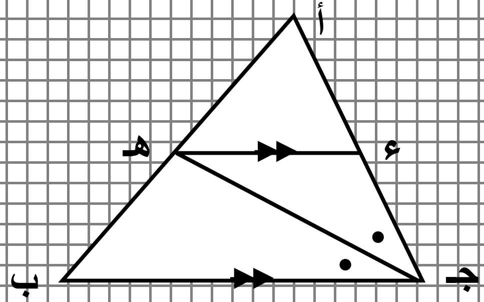


M.M.K

س ٥٤

في الشكل المقابل

أثبت أن : المثلث ء جـ هـ متساوي الساقين



البرهان

r أ ب جـ فيه ء هـ // ب جـ
، هـ جـ قاطع لهما

\ ق(< ء هـ جـ) = ق(< هـ جـ ب) بالتبادل

، ق(< هـ جـ ب) = ق(< ء جـ هـ)

\ ق(< ء هـ جـ) = ق(< ء جـ هـ)

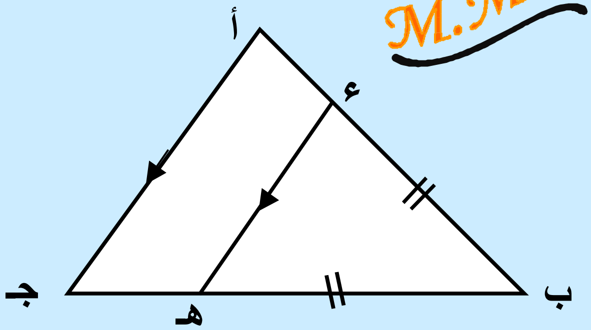
\ r ء جـ هـ متساوي الساقين

س ٥٥

في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث ، ب ء = ب هـ

اثبت أن أ ب ٥ ب جـ



M.M.K

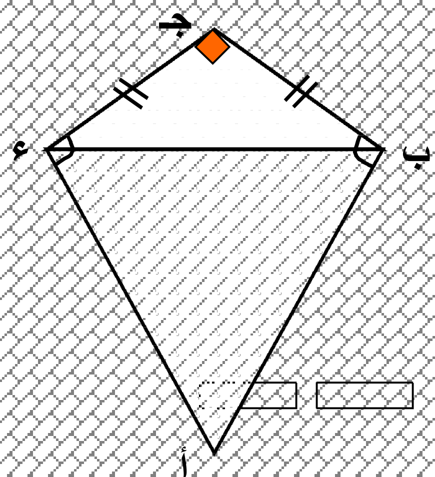
س ٥٦

في الشكل المقابل

اثبت أن

المثلث أ ب ء متطابق الأضلاع

ق(< جـ ب أ) = ق(< جـ ء أ) = ١٠٥°



البرهان

r ب جـ ء فيه جـ ب = ء جـ
، ق(< جـ) = ٩٠°
\ ق(< ١) = ق(< ٢)

$$= \frac{١٨٠ - ٩٠}{٢} = \frac{٩٠}{٢}$$

= ٤٥°

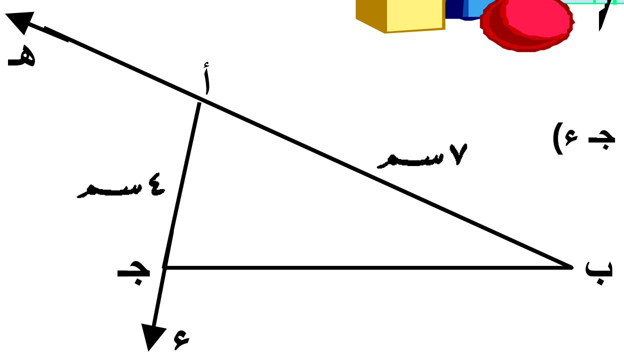
، ق(< جـ ب أ) = ق(< جـ ء أ) = ١٠٥°
\ ق(< ٣) = ق(< ٤) = ٦٠°

\ ق(< أ) = ١٨٠ – [٦٠ + ٦٠]
= ١٨٠ - ١٢٠
= ٦٠°
\ المثلث أ ب ء متطابق الأضلاع

س ٥٧ في الشكل المقابل

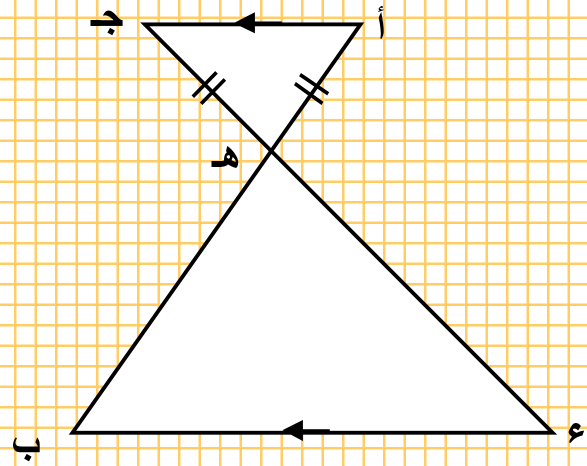
أ ب جـ مثلث فيه ق(< جـ أ هـ) = ق(< ب جـ ء)

أوجد محيط المثلث أ ب جـ



س ٥٨ في الشكل المقابل

أثبت أن أ ب = جـ ء



الشكل المقابل فيه أ جـ // ب ء
، ء جـ ، أ ب قاطعين لهما

\ ق(< أ) = ق(< ب) بالتبادل
، ق(< ء) = ق(< جـ) بالتبادل

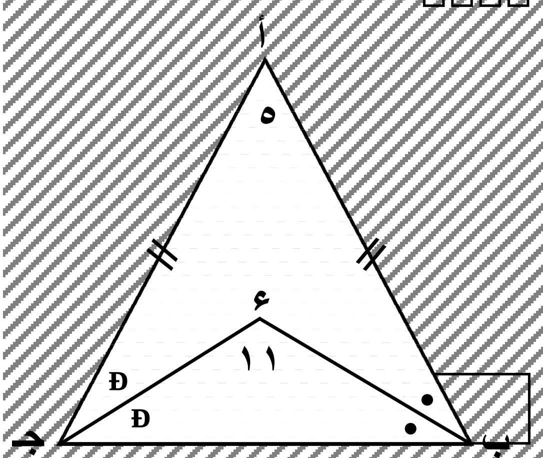
\ r ء ب هـ متساوي الساقين
هـ ب = هـ ء
، أ هـ = جـ هـ بالجمع
ينتج أن : أ ب = جـ ء

M.M.K

س ٥٩ في الشكل المقابل

أوجد ق(< ب) ثم أثبت أن

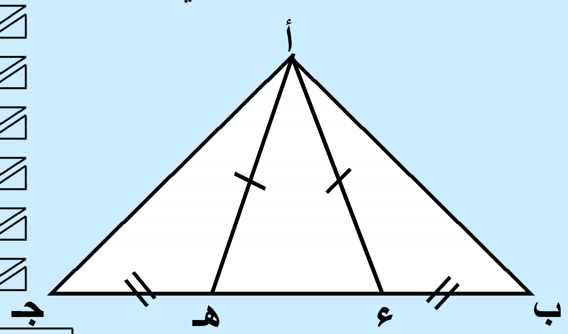
المثلث ب ء جـ متساوي الساقين



س ٦٠ في الشكل المقابل

أثبت أن :

المثلث أ ب جـ متساوي الساقين



نتائج هامة في المثلث المتساوي الساقين

نتيجة (١)

متوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس و يكون عموديا علي القاعدة .

نتيجة (٢)

منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة و يكون عموديا عليها .

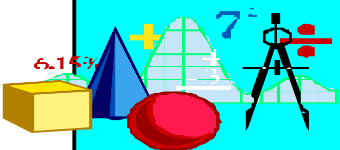
نتيجة (٣)

المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوي الساقين عموديا علي القاعدة ينصف كل من القاعدة و زاوية الرأس .

محور التماثل : هو المستقيم الذي يقسم الشكل إلي شكلين متطابقين .

محور تماثل القطعة المستقيمة :

هو المستقيم العمودي علي قطعة مستقيمة من منتصفها .



ملاحظات هامة :

(١) أي نقطة تنتمي لمحور التماثل تكون علي بعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة.

(٢) العكس صحيح

أي نقطة تكون علي بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة فإن هذه النقطة تقع محور تماثل هذه القطعة المستقيمة .

محور تماثل المثلث المتساوي الساقين :

هو العمود المرسوم من رأسه علي قاعدته

M.M.K

ملاحظات

(١) المثلث المتساوي الساقين	له	محور تماثل واحد
(٢) المثلث المتطابق الأضلاع	له	ثلاثة محاور تماثل
(٣) المثلث المختلف الأضلاع		ليس له محاور تماثل

الإنشاءات الهندسية كتطبيق عملي علي تطابق المثلثات

تنصيف قطعة مستقيمة معلومة

إنشاء عمود علي مستقيم مار بنقطة تنتمي إلي مستقيم معلوم

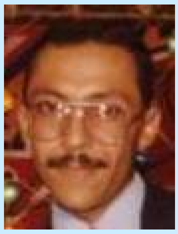
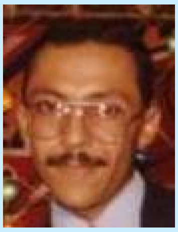
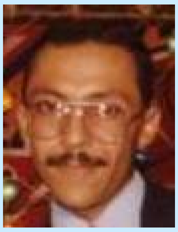
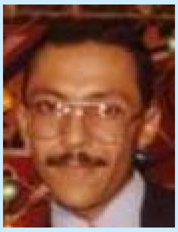
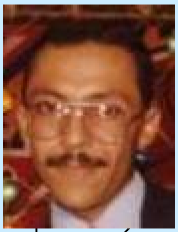
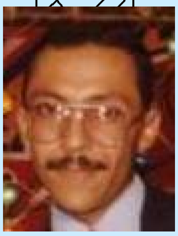
إنشاء عمود علي مستقيم مار بنقطة لا تنتمي إلي مستقيم معلوم

M.M.K

إنشاء زاوية مطابقة لزاوية معلومة

إنشاء منصف لزاوية معلومة

رسم مستقيم من نقطة معلومة موازي لمستقيم معلوم

وإلي لقاء آخر قريبا إن شاء الله

والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته

مع تحيات أخيكم الأستاذ /

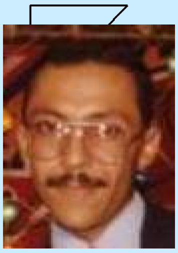
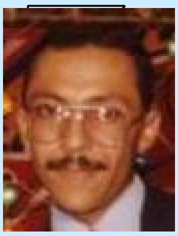
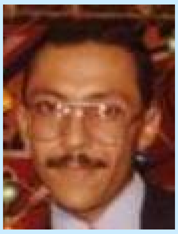
محمود عبد الحميد

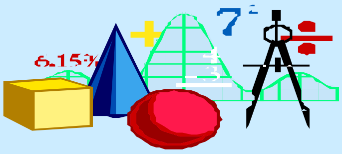
مدرس رياضيات

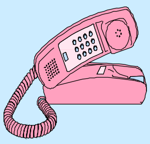
سوهـــاج ـ مصـــــــر

للإستفسار أو المراسلة علي العناوين التالية :

Mmm15967@hotmail.com
Mmm15967@yahoo.com
M15967@maktoob.com
15967@maktoob.com





هاتف جوال 0101291721

بسم الله الرحمن الرحيم

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِذَا قِيلَ لَكُمۡ تَفَسَّحُواْ فِي ٱلۡمَجَٰلِسِ فَٱفۡسَحُواْ
يَفۡسَحِ ٱللَّهُ لَكُمۡۖ وَإِذَا قِيلَ ٱنشُزُواْ فَٱنشُزُواْ يَرۡفَعِ ٱللَّهُ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ
مِنكُمۡ وَٱلَّذِينَ أُوتُواْ ٱلۡعِلۡمَ دَرَجَٰتٖۚ وَٱللَّهُ بِمَا تَعۡمَلُونَ خَبِيرٞ ١١