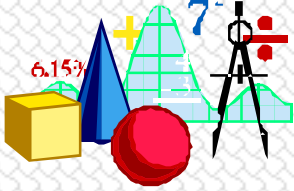
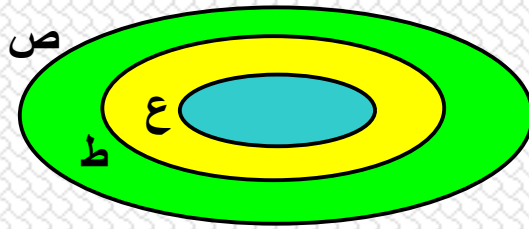


الوحدة الأولى مجموعة الأعداد النسبية

درسنا في الصف الأول الإعدادي



- (١) مجموعة أعداد العد $\{ \dots, 3, 2, 1 \} = \mathbb{E}$
 (٢) مجموعة الأعداد الطبيعية $\{ \dots, 4, 3, 2, 1, 0 \} = \mathbb{P}$
 ومما سبق نجد أن $\mathbb{E} = \mathbb{P} \cup \{0\}$ ، $\mathbb{E} = \mathbb{P} - \{0\}$
 (٣) مجموعة الأعداد الصحيحة $\{ \dots, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, \dots \} = \mathbb{Z}$
 $\mathbb{Z} = \mathbb{E} = \mathbb{P}$ ، مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة $\{ \dots, 3, 2, 1 \} = \mathbb{P}$
 ، مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة $\mathbb{Z} = \mathbb{P} - \{0\} = \mathbb{Z} - \{0\}$ ،



ووجدنا أن :

$$\mathbb{E} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

حل المعادلات الآتية في ص :

$$١٣ = ٣ \text{ س } (٣)$$

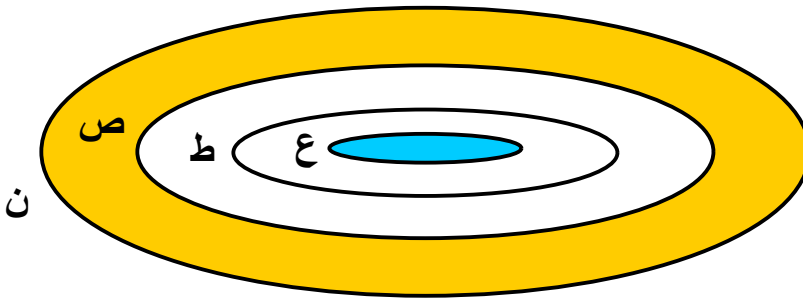
$$١٢ = ٣ \text{ س } (٢)$$

$$٢٧ = ٣ \text{ س } (١)$$



العدد النسبي هو كل ما يمكن وضعه في صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عدنان صحيحان بشرط أن المقام ب $\neq ٠$.
مجموعة الأعداد النسبية (ن) = $\{ \frac{أ}{ب} : أ، ب \in \mathbb{Z} ، ب \neq ٠ \}$ ، $\mathbb{N} = \mathbb{Z} - \{0\}$

وعلى ذلك نجد أن :



$$\mathbb{E} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$



بين أي الأعداد الآتية نسبياً :

$$\frac{٤}{٥} (٤)$$

$$\frac{١٢}{٤٣} (٣)$$

$$\frac{١٣}{٣٥} (٢)$$

$$٠,٢ (١)$$

$$\frac{٦}{٧} (٨)$$

$$\frac{٢٧}{١٣} (٧)$$

$$\frac{١}{٣} (٦)$$

$$\frac{١١}{٢٣} (٥)$$



كتابة العدد النسبي بعدد غير منته من الصور

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً وكان $ج \neq 0$ صفر فإن $\frac{أ \times ج}{ب \times ج} = \frac{أ}{ب}$ ، $\frac{أ \div ج}{ب \div ج} = \frac{أ}{ب}$

أي أن العدد النسبي يمكن أن يكتب بعدد غير منته من الصور .

(٢) أكتب أربعة أعداد نسبية تعبر عن العدد النسبي

$$\frac{١٢٠}{١٦٨}$$

نتائج هامة: (١) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان أ يقبل القسمة على ب بدون باق .

(٢) إذا كان ب \neq صفر فإن العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يعبر عن العدد صفر .

(٣) كل عدد صحيح أو طبيعي هو عدد نسبي وليس كل عدد نسبي هو عدد صحيح أو طبيعي .

بين أي الأعداد النسبية الآتية يعبر عن عدد صحيح:

$$\frac{٣٦}{٧} (٥) \quad \frac{٣٦}{١٥} (٤) \quad \frac{٣٦}{٦} (٣) \quad \frac{٣٦}{٢} (٢) \quad \frac{٣٦}{٢٤} (١)$$

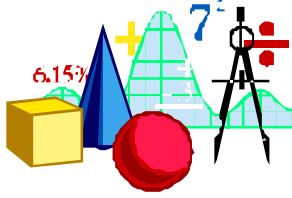
يكون العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ موجباً إذا كان $أ > 0$ و $ب > 0$ ،
 يكون العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ سالباً إذا كان $أ < 0$ و $ب > 0$ ،
 ليس سالباً أو موجباً إذا كان $أ = 0$ ، $ب \neq 0$

بين أي الأعداد الآتية موجباً وأيهما سالباً :

$$\frac{\text{صفر}}{3} = \text{ (٤) } \quad 3 \text{ (٥) } \quad 7 - (٦)$$



العدد النسبي في أبسط صورة



لوضع العدد النسبي في أبسط صورة نتبع الآتي :

- (١) نجعل المقام عدداً صحيحاً موجباً .
- (٢) نقسم كلاً من البسط والمقام على العامل المشترك الأعلى إن وجد .

ملحوظة:

العامل المشترك الأعلى لعددين صحيحين هو أكبر العوامل المشتركة بين العددين وهو موجب .

ضع كلاً من الأعداد النسبية الآتية في أبسط صورة :

$$\frac{57}{90} \text{ (٤)}$$

$$\frac{13}{65} \text{ (٣)}$$

$$\frac{63}{117} \text{ (٢)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (١)}$$

$$\frac{21 \text{ ص}}{35 \text{ ص}} \text{ (٧)}$$

$$\frac{75 \text{ ص}^2}{90 \text{ ص}} \text{ (٦)}$$

$$\frac{5 \text{ ص}}{35 \text{ ص}} \text{ (٥)}$$

$$\frac{625}{500} \text{ (١٠)}$$

$$\frac{74}{37} \text{ (٩)}$$

$$\frac{\text{صفر}}{15} \text{ (٨)}$$

بين أي الأعداد الآتية يكون عدد نسبي :

$$\text{صفر (٤)}$$

$$2,5 \text{ (٣)}$$

$$1 \frac{1}{3} \text{ (٢)}$$

$$0,16 \text{ (١)}$$

بين أي الأعداد الآتية موجباً وأياً سالب :

$$\frac{7 \text{ ص}^2}{5 \text{ ص}} \text{ (٢)}$$

$$\frac{5 \text{ ص}^2}{2} \text{ (١)}$$

حيث ص ≠ ص*

$$\frac{19 \text{ ص}^2}{7} \text{ (٣)}$$

أكتب ثلاثة أعداد تعبر عن كل من الأعداد النسبية الآتية :

M.M.K

$$\frac{3}{4} \text{ (٢)}$$

$$\frac{5}{7} \text{ (١)}$$

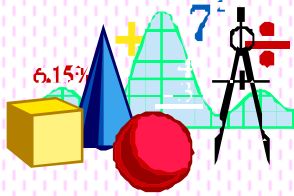
$$\frac{12}{24} \text{ (٤)}$$

$$\frac{\text{صفر}}{6} \text{ (٣)}$$

تساوي عددين نسبيين

يتساوى العددان النسبيان إذا كانا صورتين مختلفتين لنفس العدد النسبي في أبسط صورة له .

أي أن $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{ع}$ إذا كان $أ \times ع = ج \times ب$



(١) من بين الأعداد الآتية عين الأعداد المتساوية:

$\frac{٣٢}{٤٠}$ ، $\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٢٨}{٣٥}$ ، $\frac{١٨}{٤٢}$ ؟

(٢) إذا كان $١٢٤٥ = ٧٠٠ - ب$ فأوجد $\frac{أ}{ب}$ ؟

(٣) إذا كان $\frac{أ}{٢٥}$ يساوى العدد النسبي $\frac{٢٤}{٧٥}$ فأوجد قيمة $أ$.

س ١٠

أوجد في أبسط صورة العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ في كل مما يلي:

(٢) $١٣ = ٥ - ب$

(٤) $١٩ = ٧ - ب$

(١) $١٧ = ٣ - ب$

(٣) $١٥ = ٤ - ب$

س ١١

أوجد قيمة $\frac{أ}{ب}$ في كل مما يأتي:

(٢) $١٦ - ب = ١٢ + أ$

(١) $١٣ - أ = ٢ + ب$

س ١٢

أوجد قيمة $أ$ التي تحقق التساوي في كل من:

(٢) $\frac{٣}{٥} = \frac{٤٥ - أ}{١}$

(١) $\frac{١٤}{٤} = \frac{أ}{٢}$

(٤) $\frac{١٧}{١٦} = \text{صفر}$

(٣) $\frac{٥}{١٨} = \frac{٢٥}{١٣}$

س ١٣

إذا كان $أ \times ج = ب \times ع$ فأكمل ما يأتي:

(١) $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{١}$ (٢) $\frac{٦}{١} = \frac{١}{١}$ (٣) $\frac{ب}{ج} = \frac{١}{١}$ (٤) $\frac{ج}{ع} = \frac{١}{١}$

س ١٤

M.M.K

(١) إذا كان $\frac{13}{9} = \frac{س^٢ + ص}{س^٢ - ص}$ فأوجد $\frac{س}{ص}$ ؟

س ١٥

(٢) أوجد العدد النسبي الذي يساوي $\frac{٢}{٧}$ و مجموع حدين ٣٦ ؟

توحيد مقامات عدة أعداد نسبية

للمقارنة بين عددين نسبيين أو أكثر لابد من توحيد مقاماتها أولاً ثم يتم المقارنة بين البسوط .

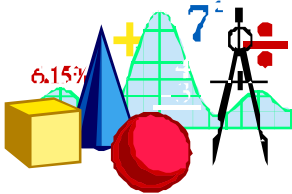
إذا كان $\frac{أ}{ب} ، \frac{ج}{د}$ عددين نسبيين فإن $\frac{أ}{ب} < \frac{ج}{د}$ إذا كان $أ د < ب ج$
 ، $\frac{أ}{ب} > \frac{ج}{د}$ إذا كان $أ د > ب ج$

قاعدة

رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً :

$\frac{٢}{٣} ، \frac{٣}{٤} ، \frac{١}{٤} ، صفر$

س ١٦



تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد

بين كل عددين صحيحين يوجد عدد لانهازي من الأعداد النسبية .
 وهكذا يمكننا استنتاج ما يأتي :-

(١) كل عدد نسبي تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد .

(٢) الأعداد النسبية المتساوية تمثلها جميعاً نقطة واحدة على خط الأعداد .

(٣) العددان النسبيان $\frac{أ}{ب} ، \frac{أ}{ب}$ يقعان على بعدين متساويين من النقطة إلى تمثل العدد "٠" على خط الأعداد .

كثافة الأعداد النسبية

مجموعة الأعداد النسبية تتمتع بخاصية الكثافة لأنه لأي عددين نسبيين يوجد عدد لانهازي من الأعداد النسبية المحصورة بينها .

(١) أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{١}{٤} ، \frac{٥}{٩}$ ؟

(٢) أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين $\frac{٢}{٣} ، \frac{٣}{٤}$ ؟

س ١٧

M.M.K

س ١٨

أكمل ما يأتي بالعلامة المناسبة < أو > :

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{6}{13} \dots\dots \frac{5}{11} \text{ (٣)} & \frac{7}{8} \dots\dots \frac{3}{5} \text{ (٢)} & \frac{7}{14} \dots\dots \frac{1}{2} \text{ (١)} \\ \frac{13}{4} \dots\dots 1 & \frac{1}{5} \text{ (٦)} & \frac{33}{36} \dots\dots \frac{11}{12} \text{ (٥)} & \frac{7}{9} \dots\dots \frac{2}{7} \text{ (٤)} \end{array}$$

س ١٩

مثل على خط الأعداد كلا من الأعداد النسبية الآتية :

$$\frac{5}{4} \text{ (١)} \quad \frac{3}{4} \text{ (٢)} \quad 1 \quad \frac{1}{3} \text{ (٣)}$$

العمليات على الأعداد النسبية

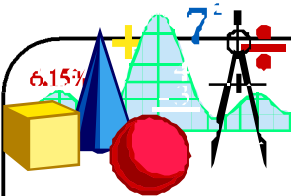
أولاً : عملية الجمع

M.M.K

تعريف

$$\text{إذا كان } \frac{أ}{ب} \text{ ، } \frac{ج}{ع} \text{ عددين نسبيين فان } \frac{أ}{ب} + \frac{ج}{ع} = \frac{أ \times ع + ج \times ب}{ب \times ع} \quad \exists \text{ ن}$$

$$\text{حالة خاصة } \frac{أ}{ب} + \frac{ج}{ب} = \frac{أ + ج}{ب} \quad \exists \text{ ن}$$



أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{7} + \frac{3}{4} \text{ (٢)} & \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \text{ (١)} \\ \frac{س}{ص} + \left(\frac{س}{ص} \right) \text{ (٤) حيث } ص \neq \text{صفر} & \frac{ب}{3} + \frac{أ}{3} \text{ (٣)} \end{array}$$

س ٢٠

إذا كان $أ = -\frac{٤}{٣}$ ، $ب = \frac{١}{٣}$ ، $ج = ٢$ ، $د = \frac{٣}{٤}$ ،

M.M.K



أوجد قيمة $أ + ب + ج + د$ العددية .

س ٢٢

ثانياً : عملية الضرب

تعريف

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ج}{د}$ ، عددين نسبيين فإن $\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} = \frac{أ \times ج}{ب \times د}$
حالة خاصة $\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{ب} = \frac{أ \times ج}{ب}$ \exists ن

أوجد في أبسط صورة ناتج ما يلي :

$$\frac{٢٥}{٣٦} \times \frac{٣}{٥} \quad (٢) \quad \frac{٢٦}{٢٧} \times \frac{٩}{١٣} \quad (١)$$

س ٢٣

خواص عملية الضرب في (ن)

(١) خاصية الانغلاق أي أن ناتج ضرب أي عددين نسبيين هو عدد نسبي أيضاً .

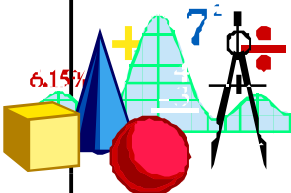
(٢) خاصية الإبدال أي أن $\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} = \frac{ج}{د} \times \frac{أ}{ب}$ لأي عددين نسبيين
خاصية الإبدال متوفرة على الضرب في (ن) .

(٣) خاصية الدمج (التجميع) لأي ثلاثة أعداد نسبية $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ج}{د}$ ، $\frac{هـ}{و}$ يكون

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} \times \frac{هـ}{و} = \left(\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} \right) \times \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} \times \left(\frac{ج}{د} \times \frac{هـ}{و} \right)$$

خاصية الدمج متوفرة على عملية الضرب في (ن) .

أي أن



(٤) خاصية وجود المحايد الضربي إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{أ}{ب} \times ١ = ١ \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$ ، $\frac{أ}{ب}$ فإنه يوجد عنصر محايد ضربي في (ن) وهو الواحد .



(٥) خاصية وجود المعكوس الضربي

المعكوس الضربي لأي عدد نسبي هو مقلوب العدد النسبي دون تغيير إشارته .

أي أنه لكل عدد نسبي $\frac{أ}{ب} \neq ٠$ يوجد معكوس ضربي هو العدد النسبي $(\frac{ب}{أ})$

و يكون $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$. العدد " صفر " ليس له معكوس ضربي .

(٦) خاصية توزيع الضرب على الجمع في (ن)

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ج}{ع}$ ، $\frac{هـ}{و}$ أعداد نسبية فإن :

$$\frac{أ}{ب} \times (\frac{ج}{ع} + \frac{هـ}{و}) = (\frac{ج}{ع} + \frac{هـ}{و}) \times \frac{أ}{ب} = \frac{ج}{ع} \times \frac{أ}{ب} + \frac{هـ}{و} \times \frac{أ}{ب}$$

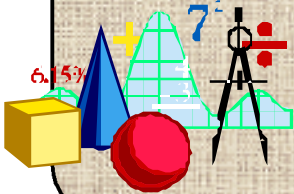
أي أن خاصية توزيع عملية الضرب على عملية الجمع متوفرة في (ن)

س ٢٤

باستخدام الخواص أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة

$$(١) \frac{٧}{٢} \times \frac{٧}{١١} + \frac{١}{٤} \times \frac{٧}{١١} + \frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{١١}$$

$$(٢) \frac{٧}{٢٩} + \frac{٧}{٢٩} \times ١٩ + \frac{٧}{٢٩} \times ٩$$



س ٢٥

إذا كان $\frac{١}{٢} = س$ ، $\frac{١}{٣} = ص$ ، $\frac{٣}{٤} = ع$

فأوجد في أبسط صورة القيمة العددية للمقدار $س + ع + ص$

س ٢٦

حل كلا من المعادلات الآتية :

$$(١) \frac{٥}{١١} = س \quad \frac{٤}{٣} = س \quad (٢) \frac{١}{٢} + س = \frac{٢}{٣} \quad س = \frac{٣}{٢}$$

ثالثاً : عملية الطرح

تعريف

إذا كان س ، ص عددين نسبیین فإن س - ص = س + (- ص)
أي أن عملية الطرح س - ص هي عملية جمع س مع المعكوس الجمعي للعدد ص

ملاحظات عامة

- (١) إذا كان س ، ص \in فان :
 $(س + ص) - ص = س$ ، $(س - ص) + ص = س$
 (٢) خاصية عملية توزيع الضرب على عملية الطرح متوفرة في (ن) .

أوجد ناتج العمليات الآتية:

M.M.K

$$(٢) \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$(١) \quad \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$$

$$(٣) \quad (\frac{2}{3} + \frac{3}{4}) \times (\frac{2}{5} - \frac{2}{3})$$

إذا كانت س = $\frac{1}{4}$ ، ص = $\frac{2}{3}$ ، ع = $\frac{3}{4}$ ، ل = ٣

فأوجد القيمة العددية لكل من :

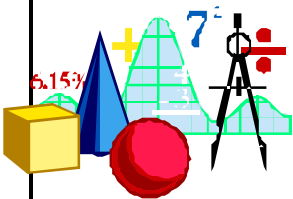
$$(٢) \quad ٥ س - ص - ١٢ ل$$

$$(١) \quad س - ص + ع - ل$$

أحسب ناتج ما يأتي :

$$(١) \quad (\frac{3}{4} - \frac{5}{6}) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$$

$$(٢) \quad (٢ - \frac{7}{9}) - (\frac{2}{9} + ٧)$$



رابعاً : عملية القسمة

تعريف

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ج}{ع}$ عددين نسبیین ، $\frac{ج}{ع} \neq ٠$

$$\frac{أ}{ب} \div \frac{ج}{ع} = \frac{ج}{ع} \times \frac{أ}{ب}$$

$$\text{أي أن } \frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{ع} = \frac{ج}{ع} \times \frac{أ}{ب} \times \text{المعكوس الضربي للعدد } \frac{ج}{ع}$$

ملحوظة هامة

كل من عمليتي الطرح والقسمة في (ن) ليست إبدالية و ليست دامجة ولا يوجد لهما عنصر محايد ولا معكوسات لهما .

M.M.K.

إذا كان $\frac{٧}{١٠} = ص$ ، $\frac{٣}{٥} = س$

فأوجد في أبسط صورة :

$$\frac{س + ص}{س - ص} \quad (٢)$$

$$\frac{س}{ص} \quad (١)$$

س ٣٠

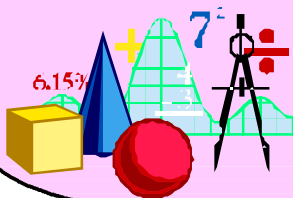
س ٣١

أوجد ناتج العمليات الآتية :

$$(١) \left(\frac{١}{٧} + \frac{٥}{٦} \right) \div \left(\frac{١٢}{١١} - \frac{١١}{١٢} \right)$$

$$(٢) \frac{١٣}{٦} \div \left(٥ - \frac{١}{٥} \right)$$

$$(٣) \left(\frac{١١}{٣٥} - \right) \div \left(٦ - \frac{٣}{٥} \right)$$



الضرب المتكرر في (ن)

علمنا من دراستنا سابقاً أن

$$1 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1 = 1 \text{ حيث } 1 \text{ ص } 1 \text{ ن من المرات}$$

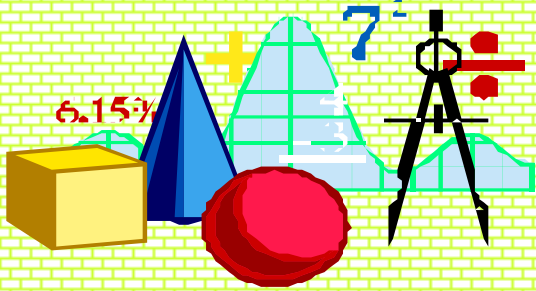
وبالمثل إذا كان $\frac{1}{b}$ ص 1 ن من المرات فإن

$$\left(\frac{1}{b}\right)^n = \frac{1}{b} \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{b} \times \dots \times \frac{1}{b} \text{ ن من المرات}$$

$$\frac{1}{b^n} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1}{b \times b \times b \times \dots \times b} \text{ ن من المرات}$$

$$\frac{1}{b^n} = \left(\frac{1}{b}\right)^n \text{ أي أن}$$

$$\text{تعريف } \left(\frac{1}{b}\right)^0 = 1 \text{ حيث } b \neq 0$$



ضع ما يأتي في صورة عدد نسبي:

$$\left(\frac{5}{3}\right) - (3)$$

$$(2) \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$(1) \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$(6) \left(2\frac{1}{4}\right)^2$$

$$(5) \left(\frac{1}{3} - \right)^3$$

$$(4) \left(\frac{2}{5}\right)^4$$

أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة:

$$(2) \left(\frac{1}{5}\right) \times \left(1\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

$$(1) \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$(4) \left(\frac{5}{4}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{3}{5} - \right)^2$$

$$(3) \left(\frac{5}{4} - \right) \times \left(\frac{6}{7}\right)^2$$

(أ) ضع الأعداد الآتية في أبسط صورة عدد نسبي ثم أوجد مربعها:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^5$$

$$(3) 1.2$$

$$(2) 0.25$$

$$(1) 0.3$$

(ب) أكتب الأعداد الآتية على الصورة $\left(\frac{1}{b}\right)^2$:

$$(3) 3\frac{7}{25}$$

$$(2) 12\frac{1}{4}$$

$$(1) 1\frac{9}{16}$$

(ج) أكتب الأعداد الآتية على الصورة $\left(\frac{m}{n}\right)^3$:

$$(3) 2\frac{1}{27}$$

$$(2) 1\frac{7}{64}$$

$$(1) 10\frac{5}{8}$$

M.M.K.

(أ) إذا كان $\frac{1}{3} = \frac{1}{x}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{1}{y}$ ، فأوجد القيمة العددية للمقدار

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \times \frac{1}{7}$$

(ب) إذا كان $\frac{1}{3} = \frac{1}{a}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{1}{b}$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة

$$(1) \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \quad (2) \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \quad (3) \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \quad (4) \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

الجذر التربيعي لعدد نسبي موجب

مساحة المربع = طول الضلع \times نفسه **طول ضلع المربع** = $\sqrt{\text{مساحة المربع}}$

أي أن الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب s هو العدد النسبي الذي مربعه يساوي s .

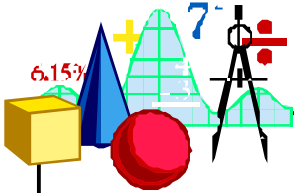
وبصفة عامة إذا كان $s \geq 0$ ، $s \neq 0$ صفر فإن :

(١) الجذر التربيعي الموجب للعدد s = \sqrt{s}

(٢) الجذر التربيعي السالب للعدد s = $-\sqrt{s}$

(٣) الجذران التربيعيان للعدد s = $\pm \sqrt{s}$

(٤) الجذر التربيعي للعدد $(-s)$ = لا يوجد



(أ) أوجد الجذر التربيعي الموجب لكل من الأعداد الآتية :

$$\frac{169}{144} \quad (3)$$

$$\frac{121}{25} \quad (2)$$

$$\frac{81}{49} \quad (1)$$

(ب) أوجد الجذر التربيعي السالب لكل من الأعداد الآتية :

$$144 \quad (3)$$

$$\frac{25}{169} \quad (2)$$

$$\frac{64}{49} \quad (1)$$



أوجد قيمة ما يأتي :

$$\sqrt{26 + 28} \quad (3)$$

$$\sqrt{1 - \frac{9}{16}} \quad (2)$$

$$\sqrt{49} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{576}{1125}} \quad (6)$$

$$\sqrt{2(3 -)} \quad (5)$$

$$\sqrt{25 - 169} \quad (4)$$

$$\sqrt{1,0016} \quad (9)$$

$$\sqrt{56,25} \quad (8)$$

$$\sqrt{42,25} \quad (7)$$

M.M.K



أوجد طول ضلع المربع الذي مساحته تساوي

(١) ٩٠٠ سم^٢ (٢) ٢٨٤ سم^٢ (٣) ١٢ $\frac{٢٤}{٥}$ سم^٢

س ٣٧

أوجد قيمة س إذا كانت س ٥ ن ، س < ٠ في كل ما يأتي :

(١) س^٢ = ٣٢٤ (٢) $\frac{٤٩}{٦}$ س^٢ = ٥٤ (٣) ٧ س^٢ = ٨٤٧

(٤) $\frac{١}{٦}$ س^٢ = ٧٢ (٥) $\frac{٣}{٥}$ س^٢ = $\frac{٥}{٢٧}$ (٦) ٣ س^٢ = ٣٠٠

س ٣٨

حل المعادلات في متغير واحد

أوجد في ن مجموعة حل المعادلات الآتية :

(١) س - $\frac{٢}{٩}$ = $\frac{٥}{٩}$ (٢) ٣ س + ١٠ = $\frac{١}{٦}$

(٣) س - $\frac{٣}{٧}$ = $\frac{٣}{٧}$ (٤) ٥ - ٢ س = $\frac{١}{٦}$

(٥) ٣ س + $\frac{١}{٦}$ = ٣ - ٧ (٦) $\frac{١}{٦}$ س = $\frac{١١}{٦}$ - ٥

س ٣٩

(١) أوجد العدد النسبي الذي نصف مجموع خمسة أمثاله والعدد ٩ يساوي ٢٣ ؟

(٢) أوجد العدد النسبي الذي إذا أضيف إلى مربعه $\frac{١}{٤}$ كان الناتج ٠,٦١ ؟

(٣) أوجد العدد النسبي الذي إذا طرح من ضعف مربعه $\frac{١}{٥}$ كان الناتج ١,٠٨ ؟

س ٤٠



(١) مستطيل طوله ثلاثة أمثال عرضه ومساحة سطحه تساوي ٩٠,٧٥ سم^٢ أوجد محيط المستطيل .

(٢) مستطيل طوله ضعف عرضه ومساحة سطحه ٧٢ سم^٢ أوجد كلاً من طوله وعرضه .

س ٤١

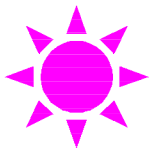
- (١) مثلث النسبة بين طول قاعدته وارتفاعه كنسبة ٣ : ٥ ومساحة سطحه ٣٠٧,٢ سم^٢ أوجد طول قاعدته وارتفاعه وعرضه .
- (٢) إذا كان ثلثي مساحة سطح مربع = ١٥٠ سم^٢ فأوجد محيط المربع .
- (٣) أوجد طول ضلع المربع الذي مساحة سطحه تساوي ثلاثة أمثال مساحة سطح مستطيل بعده ١٤,٧ سم ، ١٠ سم .
- (٤) ثلاثة أعداد أ ، ب ، ج مجموعهم ٢٢٠ فإذا كان $\frac{4}{5} = \frac{4}{5}$ أ ، ب ضعف ج فأوجد أ ، ب ، ج .

س ٤٢

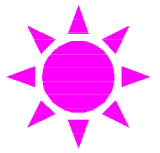
M.M.K

س ٤٣

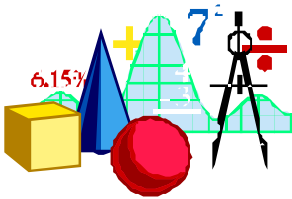
- (١) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى كل من بسط ومقام العدد النسبي $\frac{5}{11}$ حصلت على العدد النسبي $\frac{2}{3}$.
- (٢) تقاسم شخصان بالتساوي بضاعة ومبلغاً من المال قدرة ٢٥٠٠٠ جنيهاً فإذا أخذ الأول $\frac{2}{3}$ البضاعة ، $\frac{1}{3}$ المبلغ وأخذ الثاني الباقي فما هو ثمن البضاعة .
- (٣) أرباح مشروع ما ٢٩٤٥ جنيهاً وزعت بين ثلاثة أشخاص فإذا كان نصيب الثاني $\frac{1}{4}$ نصيب الأول ، نصيب الثالث $\frac{7}{8}$ نصيب الأول فأوجد نصيب كل منها .
- (٤) اشترى أشرف منضتين وأربعة أجهزة كمبيوتر وأربعة كراسي فإذا كان ثمن المنضدة $\frac{1}{5}$ ثمن جهاز الكمبيوتر و ثمن الكرسي $\frac{3}{5}$ من ثمن جهاز الكمبيوتر وسدد أشرف ثمناً لها ١١٣٠٠ جنيهاً فأوجد ثمن كل من جهاز الكمبيوتر والمنضدة والكرسي الواحد .



حل متباينات الدرجة الأولى في مجهول واحد في (ن)



خواص التباين التي سبق وأن تعرفنا عليها لأهميتها في حل المتباينات هي :



- إذا كان أ ، ب ، ج ن وكان أ > ج فإن :
- (١) أ + ج > ب + ج حيث ج عدد موجب أو سالب
- (٢) أ ج > ب ج حيث ج عدد موجب
- (٣) أ ج < ب ج حيث ج عدد سالب

أوجد في ن حل المتباينات الآتية مع تمثيل الحل على خط الأعداد :

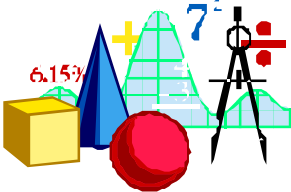
س ٤٤

- (١) ٥ س - ٢ > ٧
- (٢) ٣ - ٧ س > ٢
- (٣) ٥ س > ٣
- (٤) ٣ - ٤ س > ٣
- (٥) ٢ س - ٣ > ٧
- (٦) ٩ - ٥ س > ٢
- (٧) $\frac{1}{4}$ س < ١٢ - ٣
- (٨) ٢ > ٣ + ٣ س
- (٩) ١١ > ٢ س - ٧
- (١٠) $\frac{1}{4}$ س - ٥ < $\frac{1}{5}$ س - ٥
- (١١) ١ - $\frac{1}{3}$ س > ٢ - ٣ س
- (١٢) $\frac{1}{4}$ س > $\frac{3}{4}$ س - ٣

الوحدة الثانية العلاقات

مفهوم الزوج المرتب

يسمى (أ ، ب) زوجاً مرتباً ويسمى العنصر أ من الزوج المرتب بالمسقط الأول ويسمى العنصر ب بالمسقط الثاني .



ملاحظات هامة

- (١) يوجد مجموعة خالية وهي \emptyset ولكن لا يوجد زوج مرتب خال .
- (٢) $\{ أ ، ب \} = \{ ب ، أ \}$ بينما $(أ ، ب) \neq (ب ، أ)$.
- (٣) إذا كان $(أ ، ب) = (س ، ص)$ فإن $أ = س$ ، $ب = ص$ و العكس صحيح .

(١) إذا كان $(أ ، ٥) = (٣ ، ب)$ فأوجد أ ، ب .

(٢) إذا كان $(أ + ٣ ، ب) = (٧ ، ٣ - ٤ ب)$ فأوجد أ ، ب .

(٣) إذا كان $(س + ١ ، ٥) = (٧ ، س - ٤)$ أوجد قيمة س .

(٤) إذا كان $(س + ٧ ، ص - ٤) = (٠ ، ١)$ أوجد قيمة س ، ص .

(٥) إذا كان $(١ - س ، ٣ س) = (٥ ، ٩)$ أوجد قيمة س .

(٦) إذا كان $(٢ - س ، ٦) = (٣ ، ص + ٥)$ أوجد قيمة س ، ص .



أدرس صحة أو خطأ ما يلي :

(١) $(س ، ٢٥) = (٥ ، س)$ (٢) $(٤ ، س) = (س ، ٣٦)$



الحاصل الديكارتي لمجموعتين

إذا كانت س ، ص مجموعتين غير خاليتين فإن

$$س \times ص = \{ (س ، ص) : س \in س ، ص \in ص \}$$

ملاحظات هامة

- (١) نرمز لعدد عناصر س بالرمز ن (س) ، عدد عناصر ص بالرمز ن (ص) .
- (٢) نرمز لعدد عناصر $س \times ص$ بالرمز ن ($س \times ص$) .
- (٣) ن ($س \times ص$) = ن ($ص \times س$) بينما $س \times ص \neq ص \times س$.



إذا كانت $س = \{ ١ ، ٢ ، ٤ \}$ ، $ص = \{ ٣ ، ٥ \}$ فأوجد :

(١) $س \times ص$ (٢) $ص \times س$ (٣) $س \times س$ (٤) $ص \times ص$



ملاحظات

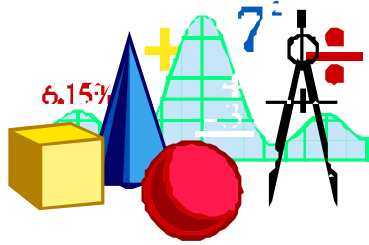
- (١) $س \times \emptyset = \emptyset \times س = \emptyset$.
- (٢) $س \times س = س^٢$ وتقرأ المربع الديكارتي للمجموعة س .

إذا كان $\{9, 6, 3\} = س$ ، $\{7, 6, 3\} = ص$ ، $\{أ, ب\} = ع$ ، فأوجد
 (١) $ع \times (س \cap ص)$.
 (٢) $ع \times س$ ، $ع \times ص$ ، $(ع \times س) \cap (ع \times ص)$.
 (٣) هل $ع \times (س \cap ص) = (ع \times س) \cap (ع \times ص)$ ؟

س ٤٨

إذا كانت $\{5, 2, 1\} = س$ ، $\{5, 4, 1\} = ص$ ، $\{8, 7\} = ع$ ، فأوجد
 (١) $ع \times س$ ، $ع \times ص$ ، $(ع \times س) - (ع \times ص)$.
 (٢) $ع \times (س - ص)$.
 (٣) هل $(ع \times س) - (ع \times ص) = (ع \times (س - ص))$ ؟

س ٤٩



تمثيل الحاصل الديكارتي

يمثل الحاصل الديكارتي لمجموعتين بمخطط سهمي أو بمخطط ديكارتي .

أولاً: المخطط السهمي

(١) إذا كانت $\{هـ, ع\} = س$ ، $\{٣, ٢, ١\} = ص$ ، فأوجد
 $س \times ص$ ، $ص \times س$ ومثل كل منهما بمخطط سهمي ؟
 (٢) إذا كانت $\{٣, ٢, ١\} = س$ ، فأوجد $س \times س$ ومثل ذلك بمخطط سهمي ؟

س ٥٠



ثانياً: المخطط الديكارتي

إذا كانت $\{هـ, و\} = س$ ، $\{ل, م\} = ص$ ، فأوجد
 $س \times ص$ ومثل ذلك بشبكة بيانية متعامدة
 $ص \times س$ ومثل ذلك بشبكة بيانية متعامدة أيضاً .

س ٥١

إذا كانت $\{٥, ٣, ٢, ١\} = س$ ، $\{٤, ٣, ٢\} = ص$ ، $\{٥, ٤, ٣\} = ع$ ، أوجد عدد عناصر كل من الحاصل الديكارتي الآتية :
 (١) $س \times ص$
 (٢) $(س - ص) \times ع$
 (٣) $(س - ص) \times (ع - س)$
 (٤) $(س \cap ص) \times (س \cap ع)$
 (٥) $س \times س$

س ٥٢

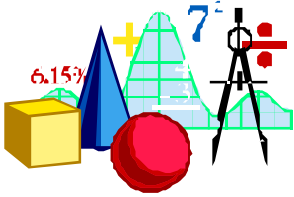
إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ فأرسم الشبكة البيانية المتعامدة للحاصل الديكارتي $S \times S$ ومثل المجموعات الآتية .
 (١) K = مجموعة الأزواج المرتبة التي فيها المسقط الثاني أصغر من المسقط الأول
 (٢) M = مجموعة الأزواج المرتبة التي فيها (المسقط الأول - المسقط الثاني) ≤ 2
 (٣) $K \cap M$

س ٥٣

إذا كانت $S = \{2, 5, 7\}$ ، $V = \{1, 3, 5\}$ فأوجد $S \times V$ ومثله بمخطط سهمي وآخر بياني .

س ٥٤

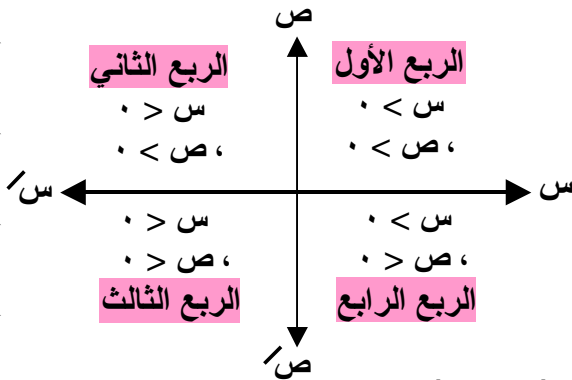
الحاصل الديكارتي للمجموعات غير المنتهية والتمثيل البياني له



علمنا مما سبق أن
 إذا كان $N = (S)$ فإن $N \times (S \times S) = 9$
 وإذا كان $N = (S)$ ، $N \times (V) = 3$ فإن $N \times (S \times V) = 12$
 أ ، إذا كان S مجموعة غير منتهية فإن $S \times S$ مجموعة غير منتهية أيضاً .

- (١) الشبكة البيانية المتعامدة للحاصل الديكارتي $T \times T$ (ط^٢)
 نعلم أن $T \times T = \{(A, B) : A \in T, B \in T\}$ وهي مجموعة غير منتهية من الأزواج المرتبة .
- (٢) الشبكة البيانية المتعامدة للحاصل الديكارتي $V \times V$ (ص^٢)
 نعلم أن $V \times V = \{(S, V) : S \in V, V \in V\}$ وهي مجموعة غير منتهية من الأزواج المرتبة .
- (٣) الشبكة البيانية المتعامدة للحاصل الديكارتي $N \times N$ (ن^٢)
 نعلم أن $N \times N = \{(S, V) : S \in N, V \in N\}$ وهي مجموعة غير منتهية من الأزواج المرتبة .

وبلاحظ أن



- (أ) S يسمى محور السينات ، V يسمى محور الصادات .
- (ب) النقطة وتسمى نقطة الأصل واحداتياتها (٠ ، ٠) .
- (ج) إذا كانت النقطة تمثل الزوج المرتب (س ، ص) فإن N وكان :
 (١) $S < 0, V < 0$ فإن أتقع في الربع الأول . (+ ، +)
 (٢) $S < 0, V > 0$ فإن أتقع في الربع الثاني . (+ ، -)
 (٣) $S > 0, V > 0$ فإن أتقع في الربع الثالث . (- ، -)
 (٤) $S > 0, V < 0$ فإن أتقع في الربع الرابع . (- ، +)
 (٤) جميع النقط التي تنتمي إلى محور السينات يمثلها الزوج المرتب (س ، ٠)
 (٥) جميع النقط التي تنتمي إلى محور الصادات يمثلها الزوج المرتب (٠ ، ص)

M.M.K

س ٥٥

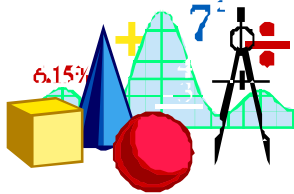
كون شبكة بيانية متعامدة للحاصل الديكارتي $N \times N$ و عين النقط
 أ = (٢ ، ١) ، ب = (٢ ، -٢) ، ج = (١١ ، -٢) ثم ارسم \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{CA}
 (١) صف الشكل الناتج
 (٢) أوجد قياس $\angle B$
 (٣) أوجد طول كل من \overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{CA}
 (٤) أوجد بالقياس طول \overline{BC}

س ٥٦ باستخدام شبكة بيانية متعامدة للحصول الديكارتى ن x ن عين النقط الآتية وأذكر الربع الذي تقع فيه $أ = (٣، ١)$ ، $ب = (٢، ٤)$ ، $ج = (١، ٢)$ ، $د = (٢، ٣)$ ، $هـ = (٤، ٥)$

س ٥٧ أنشئ شبكة بيانية متعامدة للحصول الديكارتى ن x ن ثم عين النقطة $أ = (٣، ٢)$ ثم أرسم مستقيماً يمر بنقطة $أ$ موازياً لمحور السينات أوجد نقطة تقاطع هذا المستقيم مع محور الصادات.

س ٥٨ كون شبكة بيانية متعامدة للحصول الديكارتى ن x ن وعين النقط الآتية $أ = (٢، ٠)$ ، $ب = (٠، ٣)$ ، $ج = (٢، ٠)$ ، $د = (٠، ٣)$ ، $هـ = (٠، ٣)$ وأرسم $أب$ ، $بج$ ، $جـد$ ، $دأ$ ثم صف الشكل الناتج .

س ٥٩ أنشئ شبكة بيانية متعامدة للحصول الديكارتى ن x ن ثم عين النقط الآتية : $أ = (٣، ١)$ ، $ب = (٠، ١)$ ، $ج = (٢، ١)$ ، $د = (٣، ١)$ ماذا تلاحظ ؟



سنتعرف هنا على مفهوم العلاقة

أولاً : العلاقة من مجموعة إلى أخرى

العلاقة من مجموعة إلى أخرى هي ارتباط يربط بين بعض أو كل العناصر المجموعة الأولى ببعض أو كل عناصر المجموعة الثانية .
أي أن العلاقة من S إلى T هي مجموعة الأزواج المرتبة حيث المسقط الأول في كل منها ينتمي إلى S والمسقط الثاني ينتمي إلى T .

س ٦٠ إذا كانت $S = \{١٥، ١٠، ٥\}$ ، $T = \{٤٢، ٣\}$ فأوجد :
(١) $S \times T$ (٢) $E = \{(S، S) : S \in S، S \in T، S < T\}$

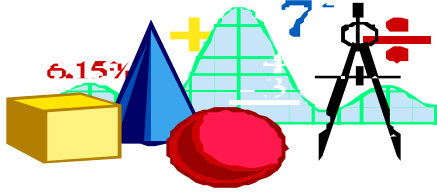
س ٦١ إذا كانت $S = \{١٥، ٣، ١\}$ ، $T = \{٣، ٢، ١\}$ فأوجد $E = \{(S، S) : S \in S، S \in T، S = T\}$ وأرسم مخططاً سهمياً يمثل العلاقة E من S إلى T .

س ٦٢ إذا كانت $S = \{٥، ٣، ٢\}$ ، $T = \{١٥، ١١، ٨، ٧، ٦\}$ وكانت علاقة من S إلى T حيث " $A \in B$ " تعنى " A عامل من عوامل B " لكل $A \in S$ ، $B \in T$ (١) أكتب بيان E (٢) مثل E بمخطط سهمي ومخطط بياني .

ملاحظات

- (١) تكون مجموعة جزئية من الحصول الديكارتى $S \times T$.
- (٢) أي مجموعة جزئية من $S \times T$ تسمى علاقة من S إلى T .

M.M.K.

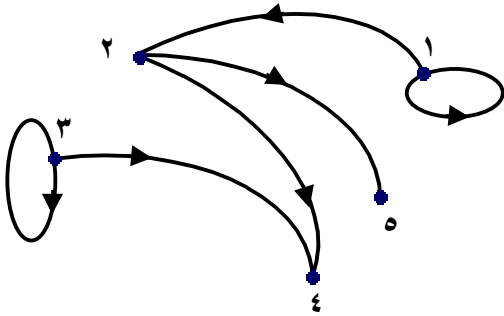


ثانياً: العلاقة على نفس المجموعة

نعني بهذه العلاقة أنها معرفة من مجموعة إلى نفسها .

إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ وكانت E علاقة على S حيث "أع ب" تعني "أ ب" لكل $A, B \in S$ فأوجد بيان E ومثلها بمخططين أحدهما ديكارتي والآخر سهمي .

س ٦٣



س ٦٤

إذا كان المخطط السهمي المقابل للعلاقة المعرفة على S حيث $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ فأكتب بيان E ثم مثل E بمخطط ديكارتي .

إذا كانت $S = \{2, 3, 4, 6, 8\}$ فأكتب بيان العلاقات المعرفة على S
 (١) علاقة "تقسم"
 (٢) علاقة يساوي
 (٣) حيث "أع ب" تعني أن : $\frac{1}{A} = B$
 (٤) حيث "أع ب" تعني أن : $A - B = 2$

س ٦٥

إذا كانت $M = \{S : S \text{ زوجي}, S \text{ زوجي}, S \text{ زوجي}\}$ ، E علاقة معرفة على M بحيث "أع ب" تعني أن "أ + ب = عدد زوجي" أكتب بيان E وأرسم المخطط البياني للعلاقة E .

س ٦٦

إذا كانت $S = \{1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\}$ وكانت E علاقة على S حيث "أع ب" تعني أن "أ المعكوس الضربي للعَدَد ب" أكتب بيان E ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني .

س ٦٧

إذا كانت $S = \{3, 5, 7, 11\}$ وكانت E علاقة معرفة على S حيث "أع ب" تعني أن "أ عامل من عوامل ب" أكتب E كمجموعة من الأزواج المرتبة ومثلها بمخطط سهمي .

س ٦٨

إذا كانت $S = \{3, 4, 5\}$ ، $V = \{1, 2, 3, 4\}$ وكانت E علاقة من S إلى V حيث $(A, B) \in E$ إذا كان $A + B =$ عدد أولي أكتب بيان E وأرسم المخطط الديكارتي لها .

س ٦٩

M.M.K



إذا كانت $S = \{2, -1, 0, 1, 2\}$ وكانت E علاقة معرفة على S حيث " $A E B$ " تعني أن " A المعكوس الجمعي للعدد B " أكتب بيان E ومثلها بمخطط سهمي و آخر ديكارتي .

س ٧٠

إذا كانت E علاقة معرفة على N مجموعة الأعداد النسبية حيث " $A E B$ " تعني " A تساوي B " فأكمل الأزواج المرتبة الآتية بحيث تنتمي إلى E

(١) $(2, \dots)$ (٢) $(\dots, 9)$ (٣) $(\dots, \frac{9}{20})$ (٤) $(\frac{2}{3}, \dots)$

س ٧١

إذا كانت $S = \{2, -1, 0, 1, 2\}$ وكانت E علاقة معرفة على S حيث " $A E B$ " تعني " $A < B$ " فأكمل البيان E ومثلها بمخطط بياني .

س ٧٢

M.M.K

إذا كانت $S = \{3, 2, 1\}$ فأوجد الحاصل الديكارتي $S \times S$ وإذا كانت E علاقة معرفة على S حيث " $A E B$ " تعني أن " A مضاعف للعدد B " فأكمل بيان E ومثلها بمخطط سهمي .

س ٧٣

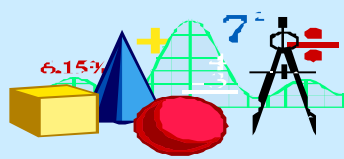
إذا كانت $S = \{3, 2, 1\}$ وكانت E علاقة معرفة على S حيث $(A, B) \in E$ إذا كان $A + B = 5$ أكتب بيان E وأرسم مخططاً سهمياً لها .

س ٧٤

كل عام و أنتم بخير



وإلى لقاء آخر قريباً إن شاء الله
والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته
مع تحيات أخيك الأستاذ /



محمود عبد الحميد
مدرس رياضيات

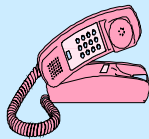
سوهساج - محاسب
للاستفسار أو المراسلة علي عناوين
التالية :

Mmm15967@hotmail.com

Mmm15967@yahoo.com

M15967@maktoob.com

15967@maktoob.com



هاتف جوال 0101291721

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

يَتَأَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا إِذَا قِيلَ لَكُمْ تَفَسَّحُوا فِي الْمَجَالِسِ فَافْسَحُوا
يَفْسَحَ اللَّهُ لَكُمْ وَإِذَا قِيلَ أَنْشُرُوا فَأَنْشُرُوا يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا
مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ۝

