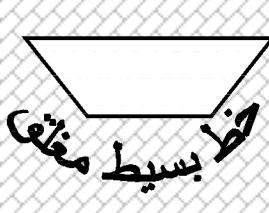
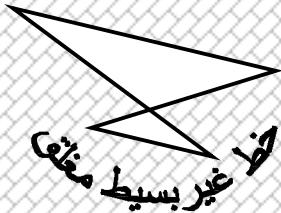


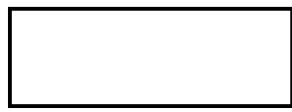
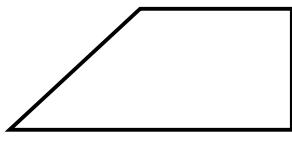
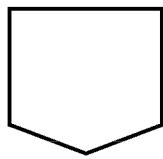
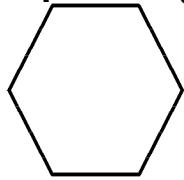
المضلعات

الخط البسيط والخط الغير بسيط : الخط المرسوم في المستوى يكون بسيطاً إذا لم يقطع نفسه وإذا قطع نفسه مرة أو أكثر يكون غير بسيط .

الخط المغلق والخط المفتوح : الخط المغلق هو الذي ينتهي عند نقطة بداية أما إذا اختلفت نقطتا البداية والنهاية فيكون خطًا مفتوحا



المضلع : هو خط بسيط مغلق يتكون من اتحاد عدة قطع مستقيمة و فيما يلي أمثلة لبعض المضلعات :



مضلع سداسي

مضلع خماسي

مضلع رباعي

مضلع رباعي

القطع المستقيمة التي يتكون منها أي مضلع تسمى "أضلاع المضلع"

و كل قطعة مستقيمة تصل بين رأسين متتاليين تسمى "ضلوع المضلع" .

و مجموع أطوال أضلاع المضلع = **محيط المضلع**

و كل نقطة تنتج عن تلاقي ضلعين تسمى "رأس المضلع" .

و كل قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير متتاليين تسمى "قطر المضلع" .

عدد أضلاعه = عدد رؤسه = عدد زواياه

ويلاحظ أن في أي مضلع :

المضلع المحدب والمضلع المقعر

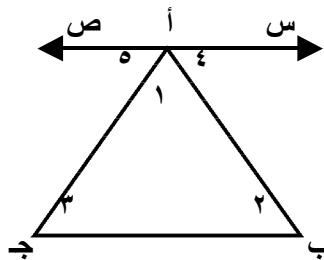
في **المضلع المحدب** إذا رسم مستقيم يمر برأسين متتاليين فإن باقي رؤوس المضلع تقع في جهة واحدة من هذا المستقيم ، وفي **المضلع المقعر** توجد زاوية منعكسة على الأقل ، و إذا رسم مستقيم يمر برأسين متتاليين فإن باقي رؤوس المضلع تقع على جهتي هذا المستقيم .

للمثلث ٣ زوايا داخلة و له ٦ زوايا خارجة .

الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية للمثلث

نقطة نظرية (١)

"مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠"



$$\begin{aligned}
 & \text{إثبات أن: } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \\
 & \text{نرسم } s \parallel b \text{ (ج)} \\
 & Q \quad s \parallel b \Rightarrow \angle 2 = \angle 4 \\
 & , \quad \angle 3 = \angle 5 \text{ (بالتبادل)} \\
 & Q \quad \angle 4 + \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ \\
 & \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ
 \end{aligned}$$

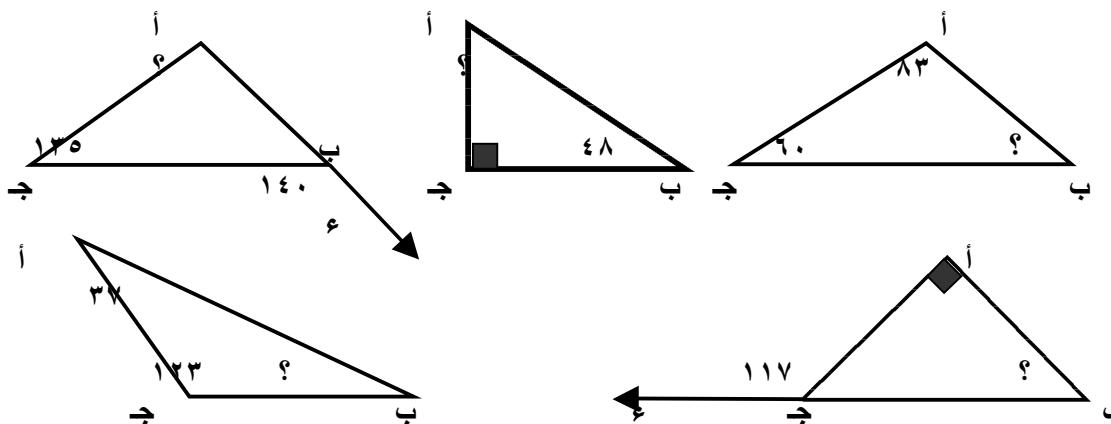
وتشتمل هذه النظرية لمعرفة قياس أحدى زوايا المثلث بمعلمة الزاويتين الآخرين

| |
|----------|
| المعطيات |
| المطلوب |
| العمل |
| البرهان |

نتائج هامة جداً

- (١) قياس الزاوية الخارجية عن المثلث يساوى مجموع قياس الزاويتين الداخليتين ما عدا المجاورة لها .
- (٢) إذا ساوت زاويتان من مثلث زاويتان من مثلث آخر كان قياس الزاوية الثالثة من المثلث الأول مساوياً لقياس الزاوية الثالثة من المثلث الآخر .
- (٣) المثلث يحتوى على زاويتين حادتين على الأقل .
- (٤) إذا ساوت زاوية في مثلث مجموع زاويتين الآخريتين في القياس كانت هذه الزاوية قائمة وكان المثلث قائم الزاوية .

في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) :



M.M.K

حساب جموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع

إذا قسمنا أي مضلع إلى عدد من المثلثات وذلك برسم قطر المضلع من أحد رؤوسه فإننا نحصل على :

عدد المثلثات الناتجة = عدد أضلاع المضلع (ن) - ٢

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع عدد أضلاعه (ن) = (ن - ٢) × ١٨٠

ونجد أن

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث = ١٨٠ = ١٨٠ × (٢ - ٣)

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي = ٣٦٠ = ١٨٠ × (٤ - ٤)

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الخماسي = ٥٤٠ = ١٨٠ × (٥ - ٥)

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل السادس = ٧٢٠ = ١٨٠ × (٦ - ٦)

Z المضلع المنتظم هو الذي تكون جميع أضلاعه متساوية في الطول وجميع زواياه متساوية في القياس

مثل : المثلث المتساوي الأضلاع ، المربع ،

Z قياس كل زاوية من زوايا مضلع منتظم عدد أضلاعه (ن) = $\frac{180 \times (n-2)}{n}$

ونجد أن

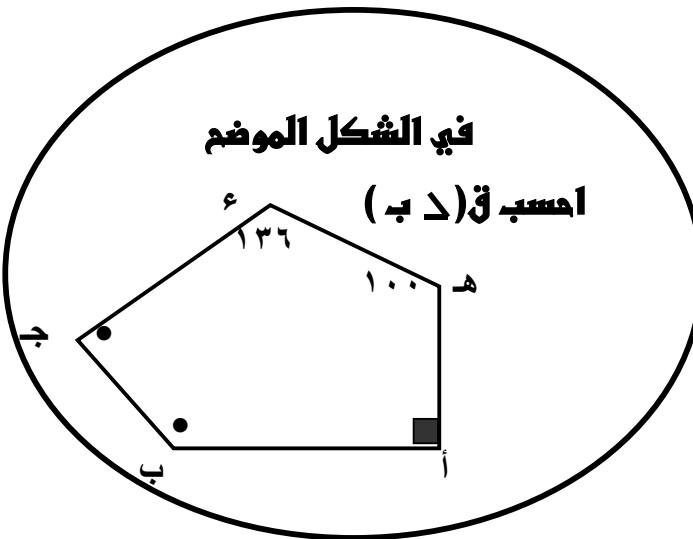
قياس زاوية المثلث المتساوي الأضلاع = $\frac{180 \times (2-3)}{3}$

قياس زاوية المربع = $\frac{180 \times (4-4)}{4}$

قياس زاوية الشكل الخماسي المنتظم = $\frac{180 \times (5-5)}{5}$

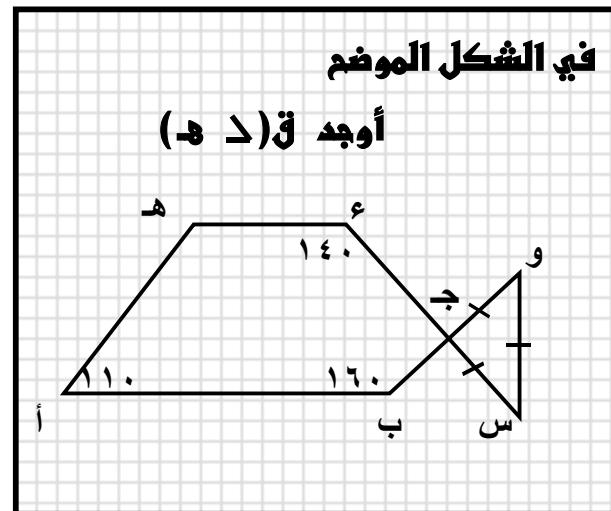
قياس زاوية الشكل السادس المنتظم = $\frac{180 \times (6-6)}{6}$

M.M.K



في الشكل الموضح

احسب ق (د ب)

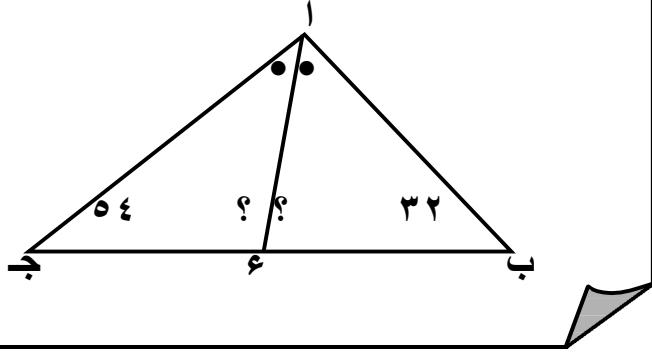


في الشكل الموضح

أوجد ق (د ب)

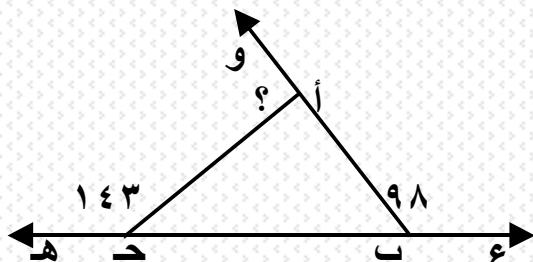
نماذج بـ ملحوظة (١) و نماذج

في الشكل الموضح
احسب قياس كل من $\angle A$, $\angle D$, $\angle E$

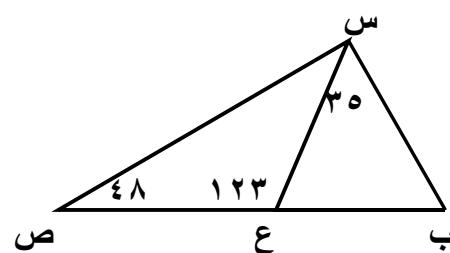
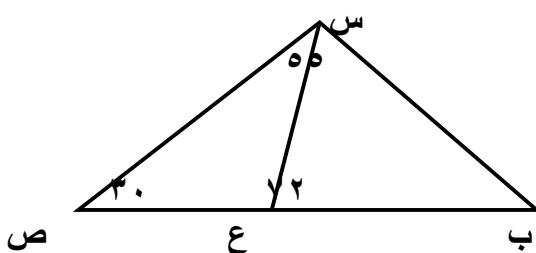


في الشكل الموضح

احسب $\angle Q$ (D و A)

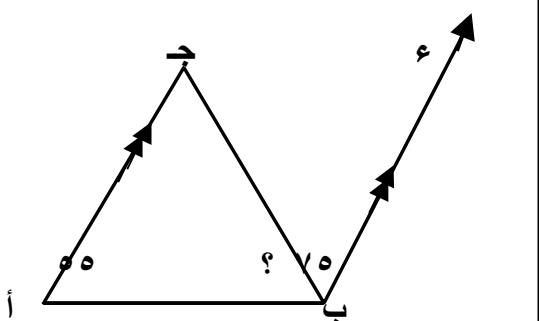


في كل من الأشكال الآتية أوجد $\angle Q$ ($D = S$ مم)



في الشكل المقابل $B \parallel A$

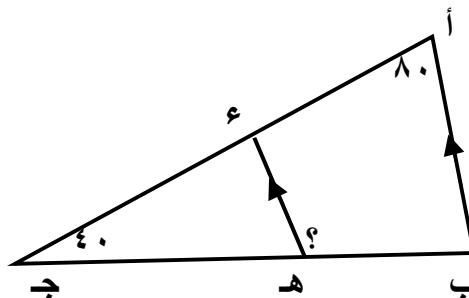
احسب $\angle Q$ ($D = A$)



في الشكل المقابل

$B \parallel A$

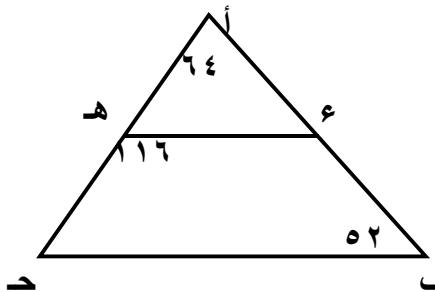
احسب $\angle Q$ ($D = B$)



M.M.K

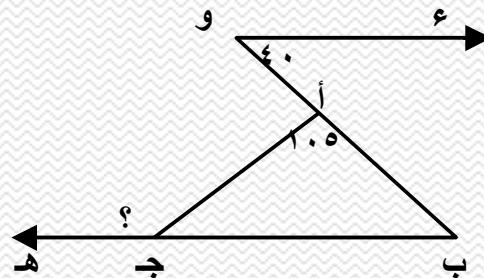
نماذج نظائرات على نظرية (أ) ونظيرها

في الشكل المقابل اثبت أن: $\angle \text{D} \cong \angle \text{B}$



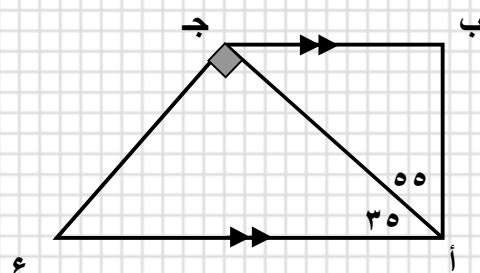
في الشكل المقابل $\angle \text{E} \cong \angle \text{B}$

احسب ق (د أ ج ب)

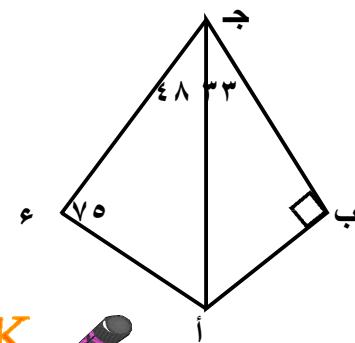


في الشكل المقابل $\angle \text{E} \cong \angle \text{B}$

احسب قياس كل من د أ ب ج ، د أ ج



في الشكل المقابل اثبت
أن: $\angle \text{A} \cong \frac{1}{2} \angle \text{B}$



أكمل ما يأتي

M.M.K

(١) مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = (٢) المثلث يحوي زاويتين على الأقل

(٣) قياس الزاوية الخارجية عن المثلث يساوي مجموع قياسي

(٤) إذا ساوت في القياس زاويتان من مثلث زاويتان من مثلث آخر فإن قياس الزاوية الثالثة في المثلث الأول

(٥) إذا ساوت زاوية في مثلث مجموع زاويتين الآخريتين في القياس كان هذا المثلث

(٦) مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع الذي عدد أضلاعه ن يساوي

(٧) مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الخماسي = ، وللشكل السادس = ، وللشكل الثمانى =

(٨) في D أ ب ج إذا كان ق (د أ) = ٧٣ ، ق (د ب) = ٥٢ فإن ق (د ج) =

(٩) قياس زاوية المضلع الثلاثي المنتظم = ، والرباعي المنتظم = ، والخمسي المنتظم =

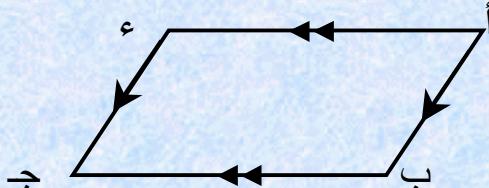
والسداسي المنتظم = ، والثماني المنتظم = ، ذو الإثنى عشر ضلعاً =

(١٠) هل الزوايا ٧٧ ، ١٩ ، ٨٣ تصلح للتعبير عن قياسات زوايا المثلث؟ ولماذا؟

الأشكال الرباعية

متوازي الأضلاع

& تعريف متوازي الأضلاع : هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين .



الشكل $A B C D$ هو متوازي أضلاع

فيه $A C \parallel B D$ ، $A B \parallel C D$

في الشكل المقابل : سر عم ل متوازي أضلاع

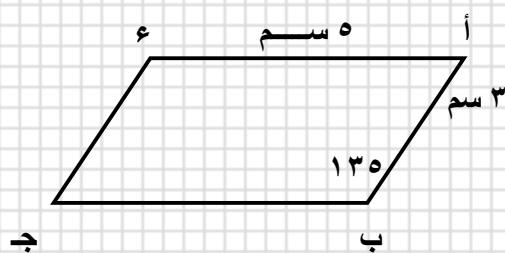
أحسب قياس كل من الزوايا الآتية

د ص عم ، د ل عم ، د ل عم س ، د س ل ع

M.M.K

متوازي الأضلاع يكون فيه

- (١) كل زاويتين متقابلتين متساويتين في القياس
- (٢) كل ضلعين متقابلين متساوين في القياس
- (٤) القطران ينصف كل منهما الآخر

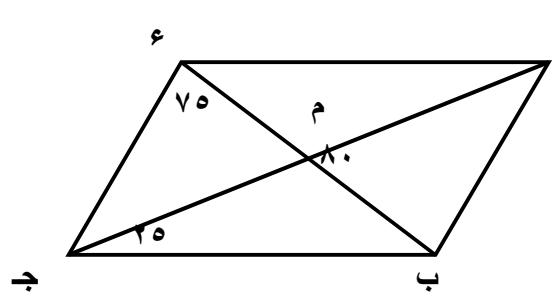


في الشكل المقابل : $A B C D$ متوازي أضلاع

أحسب قياس (دأ) ، ق (دج) ، ق (دء)

، أوجد طول كل من بـ جـ ، جـ

ثم أحسب محيط متوازي الأضلاع $A B C D$



في الشكل الموضع : $A B C D$ متوازي أضلاع

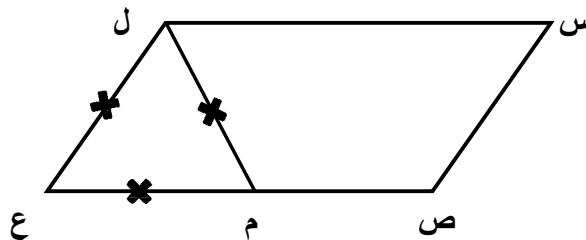
أوجد ق (د بـ أـ) ، ق (دأ بـ جـ)



تابع متوازي الأضلاع

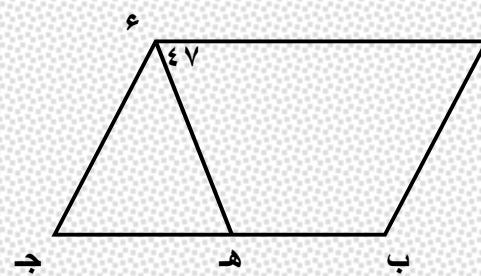
في الشكل المقابل :

سر عم متساوي أضلاع احسب كل من
ق(دس) ، ق(دص) ، ق(دس)



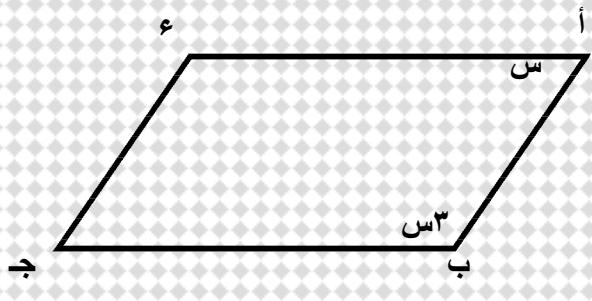
في الشكل المقابل :

أ ب جء متوازي أضلاع
احسب ق(دأ) ، ق(دب)



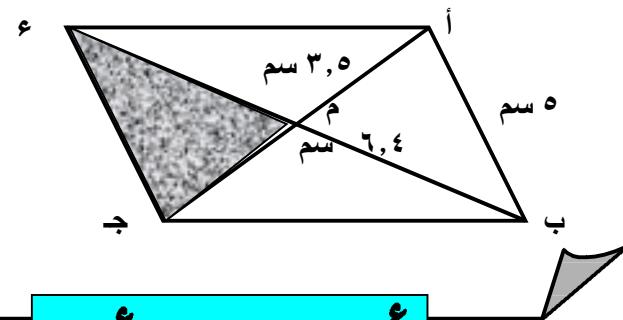
في الشكل المقابل :

أ ب جء متوازي أضلاع احسب قياس
الزوايا الداخلة لمتوازي الأضلاع



في الشكل المقابل :

أ ب جء متوازي أضلاع تقاطع قطراته في م
احسب محيط D جء م



أكمل ما يأتي

M.M.K

- (١) مجموع قياسي أي زاويتين مترافقتين في متوازي الأضلاع يساوي
- (٢) إذا كان طولي ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع هما ٣ سم ، ٥ سم فإن محطيه يساوي
- (٣) متوازي الأضلاع هو،
- (٤) في متوازي الأضلاع كل ضلعين مترافقين .. ،
- (٥) مجموع قياسات زوايا متوازي الأضلاع الداخلية تساوي
- (٦) في متوازي الأضلاع كل زوايتان متجاورتان .. ، وكل زوايتان مترافقتان ..
- (٧) أ ب جء متوازي أضلاع فيه ق(دأ) = ١٣٠ فإن ق(دب) = ، ق(لا ج) =
- (٨) قطر متوازي الأضلاع
- (٩) محيط متوازي الأضلاع =

الثباتات الخاصة من متوازي الأضلاع

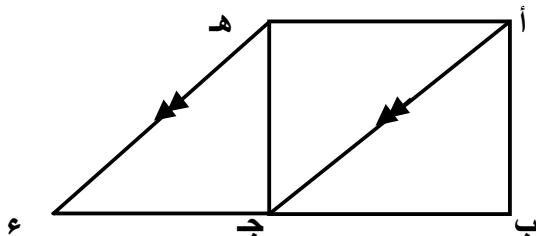
| المربيع | المعين | المستطيل | |
|---|--|---|--|
| <p>(١) هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متقابلان متساويان في الطول</p> <p>(٢) هو مستطيل فيه ضلعان متقابلان متساويان في الطول</p> <p>(٣) هو معين إحدى زواياه قائمة</p> | <p>هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متقابلان متساويان في الطول</p> | <p>هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة</p> | |
| <p>(١) جميع أضلاعه متساوية في الطول</p> <p>(٢) زواياه الأربع قوائمه متساوية</p> <p>(٣) قطراته متساويان</p> <p>(٤) قطراته ينصفان زواياه متعامدات</p> <p>(٥) قطراته متعامدان</p> | <p>(١) قطر المعين ينصفان زواياه</p> <p>(٢) جميع أضلاعه متساوية في الطول</p> <p>(٣) قطر المعين متعامدان</p> | <p>(١) قطر المستطيل متساويان</p> <p>(٢) زواياه الأربع قائمة</p> | |
| <p>ملحوظة هامة : جميع الأشكال السابقة لها نفس خواص متوازي الأضلاع.</p> | | | |

& أكمل ما يأتي :-

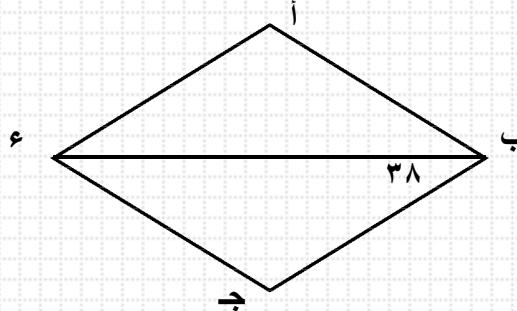
- M.M.K
- (١) قطر المعين ، ، ،
 (٢) قطر متوازي الأضلاع ، ، ،
 (٣) قطر المربع ، ، ،
 (٤) المستطيل هو متوازي الأضلاع قطراته
 (٥) متوازي الأضلاع الذي إحدى زواياه قائمة يسمى
 (٦) عدد قطرات الشكل الخماسي = ، عدد قطرات الشكل السادس =
 (٧) المربع هو معين
 (٨) المضلع المنتظم هو
 (٩) القطران متعامدان في
 (١٠) معين محيطه يساوي ١٤ سم فإن طول ضلعه يساوي



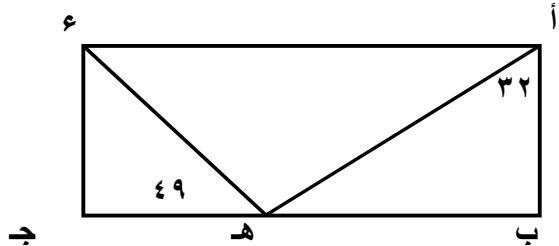
في الشكل المقابل : أ ب ج د مربع
احسب ق (د أ ج)



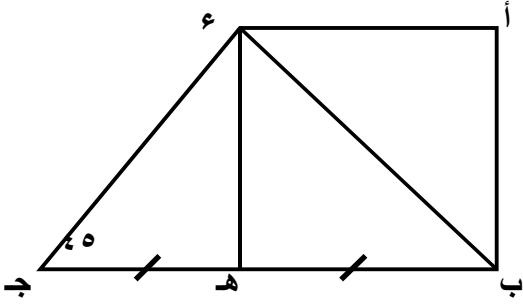
في الشكل المقابل : أ ب ج د معين
احسب قياس جميع الزوايا التي بالشكل



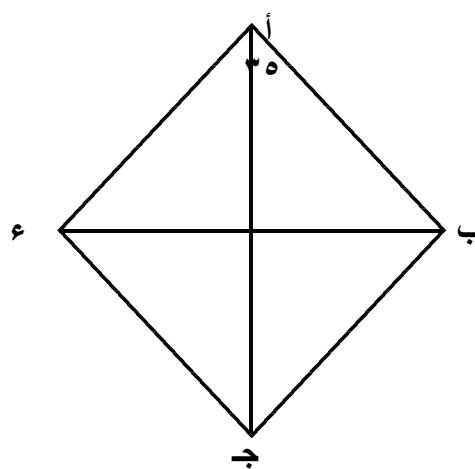
في الشكل المقابل : أ ب ج د مستطيل
احسب ق (د أ ج)



في الشكل المقابل : أ ب ج د مربع
احسب ق (د ب ج)



في الشكل الم مقابل : أ ب ج د معين
احسب قياس جميع الزوايا التي بالشكل



M.M.K

س: كيف ثبتت أن الشكل الرباعي "متوازي أضلاع"؟

(١) في أي شكل رباعي إذا تساوى وتوافر ضلعان متقابلان فيه كان الشكل "متوازي أضلاع"

(٢) يكون الشكل الرباعي "متوازي أضلاع" إذا تحققت فيه إحدى الحالات الآتية :

(أ) كل ضلعين متقابلين فيه متساوين في الطول (ب) كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين

(ج) كل زاويتين متقابلين فيه متساويتان في القياس (د) قطران ينصف كل منهما الآخر

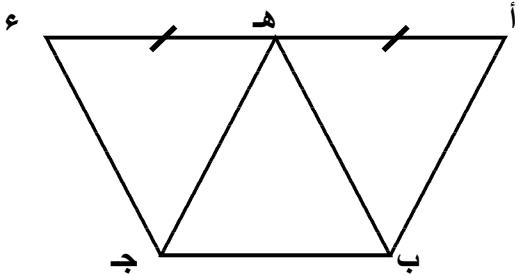
(هـ) كل زاويتين متقابلين مجموع قياسهما = ١٨٠°

(٣) ولإثبات أن متوازي الأضلاع هو

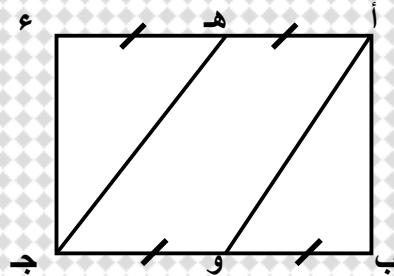


| مربع | مربعين | مستطيل |
|--|--|--|
| <p>ثبت إحدى الحالات الآتية</p> <p>(١) إحدى زوايا قائمة ، ضلعان متقابلان متساويان في الطول</p> <p>(٢) إحدى زوايا قائمة ، قطران متعمدان</p> <p>(٣) القطران متساويان في الطول</p> | <p>ثبت إحدى الخصائص</p> <p>(١) ضلعان متقابلان متساويان في الطول</p> <p>(٢) القطران متعمدان</p> | <p>ثبت إحدى الخصائص</p> <p>(١) إحدى زوايا قائمة</p> <p>(٢) القطران متساويان في الطول</p> |

في الشكل المقابل : أ ب جـ هـ متوازي أضلاع
اثبت أن الشكل هـ بـ جـ هـ متوازي أضلاع

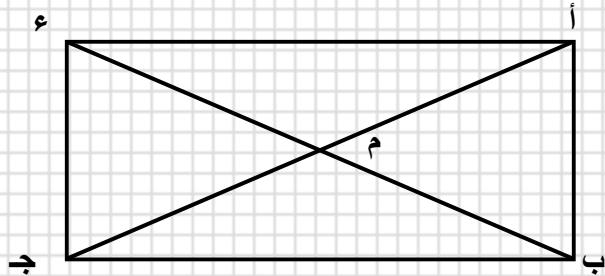


في الشكل المقابل : أ ب جـ هـ مربع
اثبت أن الشكل الرباعي
أ جـ هـ متوازي أضلاع

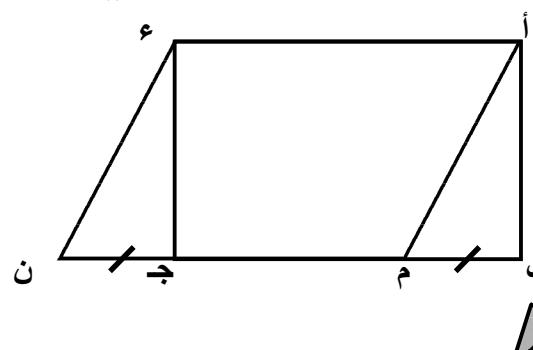


في الشكل المقابل :
هـ منتصف أـ جـ ، بـ جـ ، مـ أـ = مـ بـ

اثبت أن الشكل أـ بـ جـ هـ متوازي أضلاع



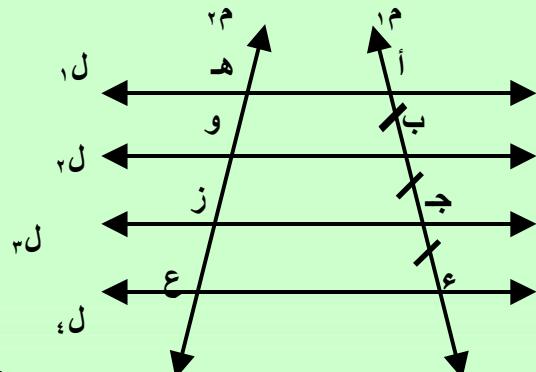
في الشكل المقابل : أـ بـ جـ هـ مستطيل
اثبت أن الشكل أـ مـ نـ هـ متوازي أضلاع



بعض تطبيقات التوازي في المثلث

نظريّة

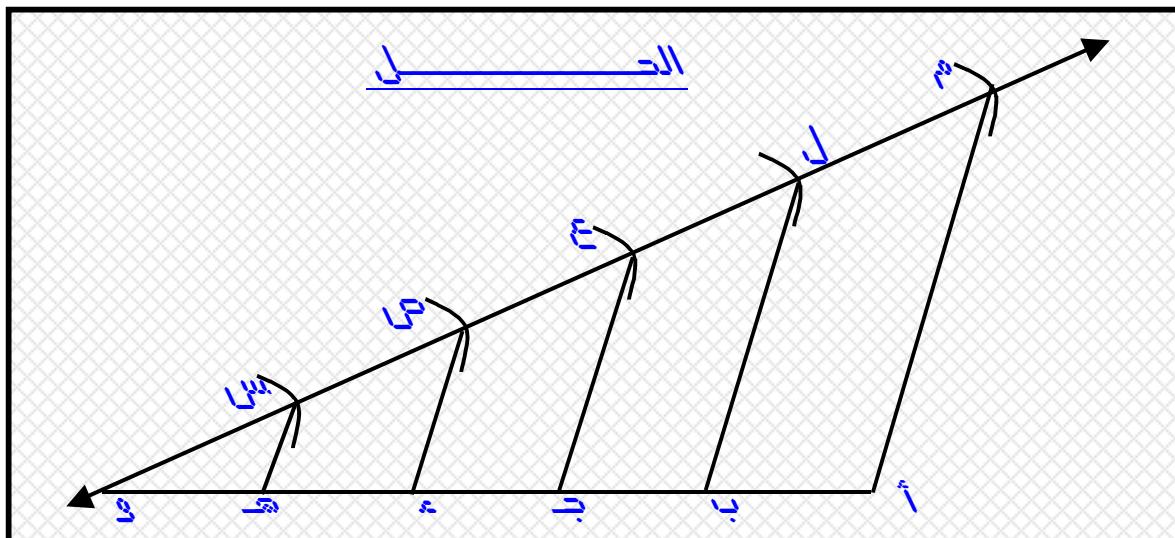
E إذا قطع مستقييم عدد مستقيمات متوازية وكانت أجزاء القاطع الممتصورة بين هذه المستقيمات المتوازية متساوية في الطول فإن الأجزاء الممتصورة بينها لأي قاطع آخر تكون متساوية في الطول أيضاً.



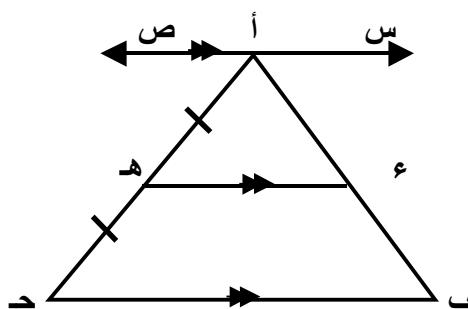
من **الشكل المقابل** إذا كان $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$ ،
، م، قاطعان لهما بحث $a = b = c = d$
فإن $h = wo = wz = zu$

نفسيم قطعة مستقيمة إلى عدد معلوم من الأقسام المتساوية

مثال: ارسم قطعة مستقيمة طولها ١٠ سم ثم قسمها إلى خمس قطع مستقيمة متساوية في الطول .



في **الشكل المقابل:**
أثبت أن
 e منتصف ab

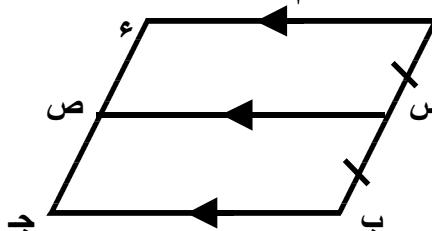




لما زلت على نيلك يا رب

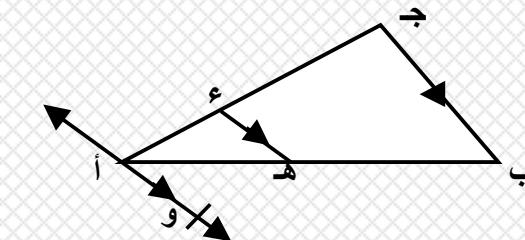
في الشكل المقابل: $A \parallel B \parallel C$ متوازي أضلاع

اثبت أن $CH = \frac{1}{2} AB$



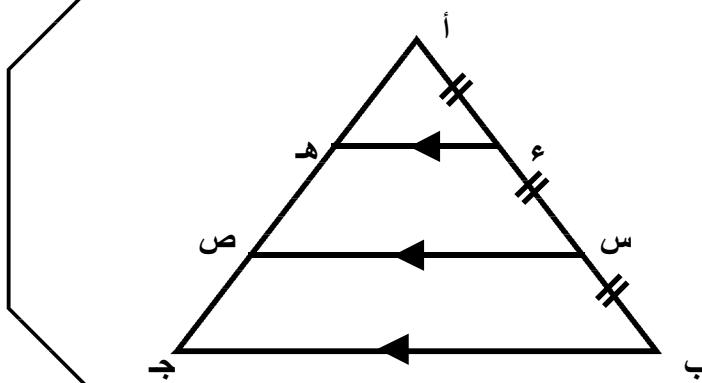
في الشكل المقابل: $A \parallel B \parallel C$

أ $= 12$ ، ج $= 9$ ، ب $= 8$ احسب طول AC



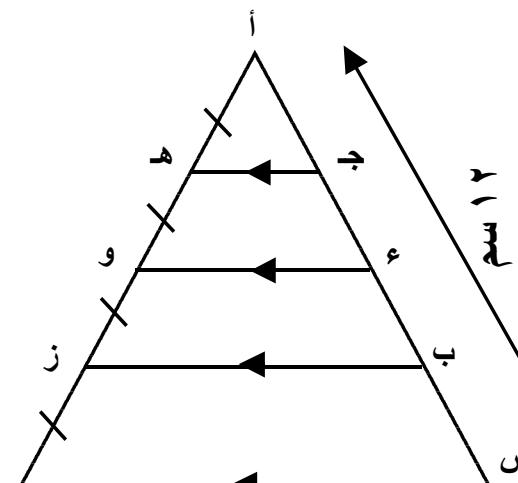
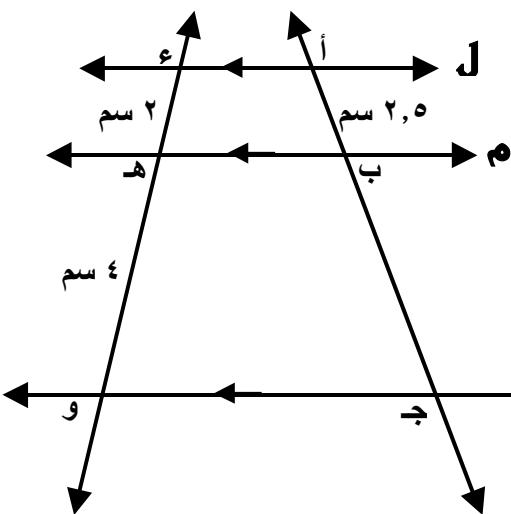
في الشكل المقابل:

اثبت أن $CH = \frac{1}{3} AB$



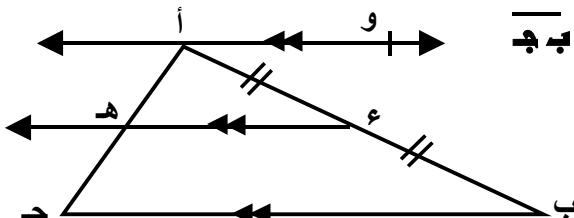
M.M.K

احسب طول BH في كل من الأشكال الآتية :



نظريّة (٣)

"الشّعاع المرسوم من منتصف ضلع في مثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث"



$$AD = QD$$

المعطيات $AB \parallel QD$, $AD = QD$

إثبات أن: $AD = QD$

المطلوب نرسم $AO \parallel QD$

العمل $AO \parallel QD \parallel BD$

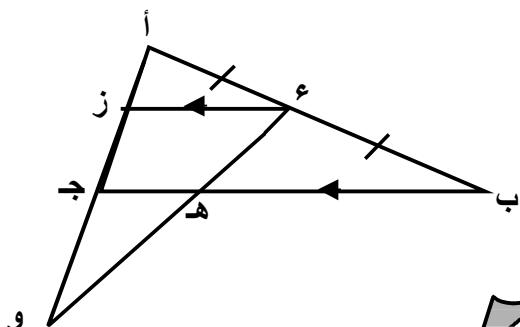
البرهان $AO \parallel QD \parallel BD$

$AD = QD$ ، QD قاطع بينهما بحيث $AD = QD$

نتيجة: "القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصف ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث"

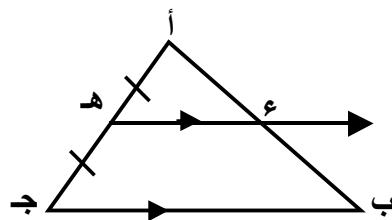
في الشكل المقابل: $QD = \frac{1}{2} AB$

أثبت أن: D منتصف QD



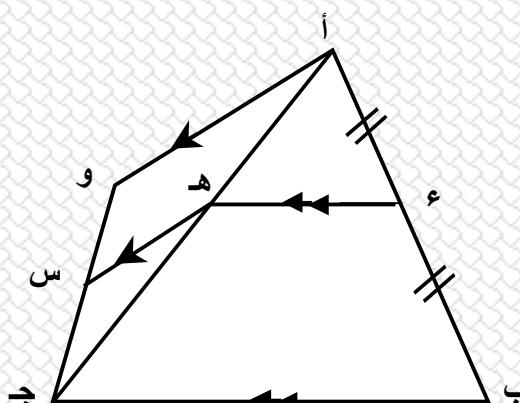
في الشكل المقابل: $AD = 6\text{ سم}$, $AB = 9\text{ سم}$

احسب طول BD



في الشكل المقابل:

أثبت أن: QD منتصف AD

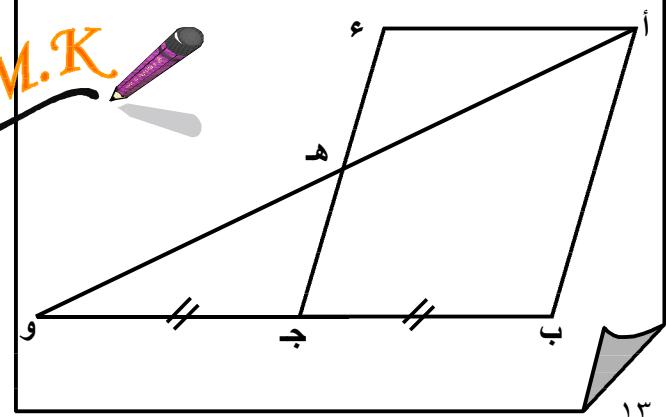


M.M.K

في الشكل المقابل:

$AB \parallel QD$ متوازي أضلاع

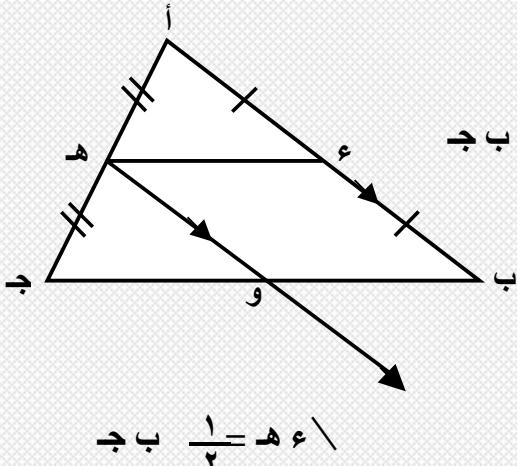
أثبت أن: $AD = QD$





ذكريات (٤)

"القطعة المستقيمة الواقلة بين منتصف ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوى نصف طول هذا الضلع"



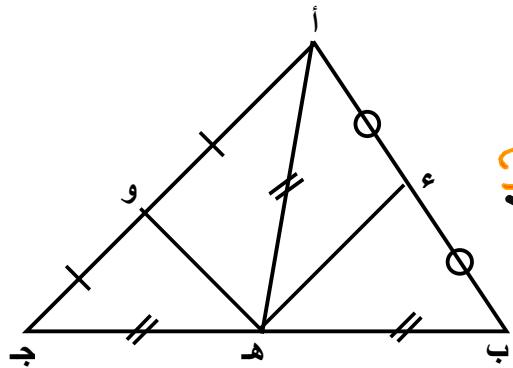
المعطيات
أ ب ج مثلث فيه ء منتصف أ ب ، ه منتصف أ ج
المطلوب
إثبات أن $(1) \frac{ه}{ج} = \frac{ه}{ب}$
العمل
نرسم هـ و // أ ب

البرهان
Qء منتصف أ ب ، ه مننصف أ ج
 $\frac{ه}{ج} = \frac{ه}{ب}$

الشكل هـ و ب متوازي أضلاع
 $، Qه مننصف أ ج ، هـ و // أ ب$

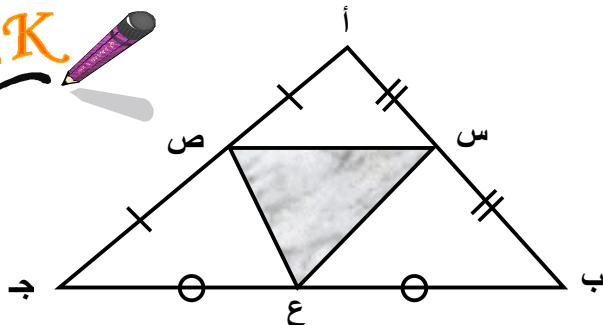
$\backslash ب = ج و \backslash ه = ب و = ج$

في الشكل المقابل :
أثبت أن الشكل أء هـ و مستطيل

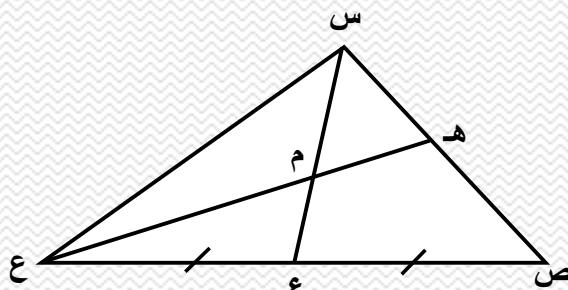


M.M.K

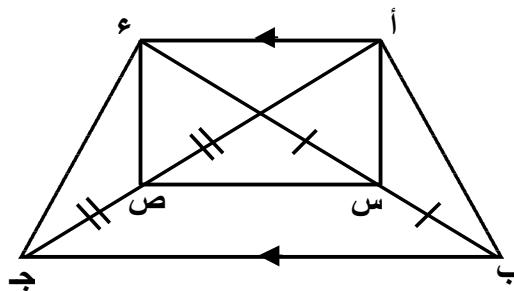
في الشكل المقابل :
أ ب = ١٤ سم ، ب ج = ١٢ سم ، أ ج = ٨ سم
أثبت أن الشكل أ س ع ص متوازي أضلاع
وأوجد محيطه ثم أوجد محيط المثلث س ع ص



في الشكل المقابل :
س هـ = $\frac{1}{3}$ س ص ، ء مننصف ص ع
برهن أن س م = م ء س [ارسم و // ع هـ بحيث ص و = و هـ س]



في الشكل المقابل : أ ء = $\frac{1}{4}$ ب ج
أثبت أن أ س ع هـ متوازي أضلاع



نماذج متنوعة على برهان



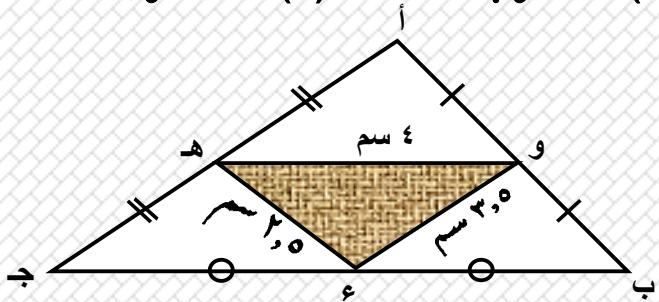
في الشكل المقابل :

$$و = 5 \text{ سم} , و = 3 \text{ سم} , و = 3 \text{ سم}$$

أحسب محاط كل من

(١) المثلث $A-B-C$

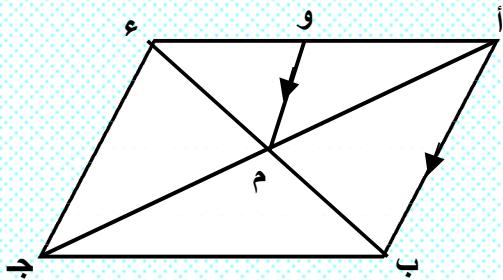
(٢) المثلث $C-B-D$



في الشكل المقابل :

$A-B-C$ متوازي أضلاع

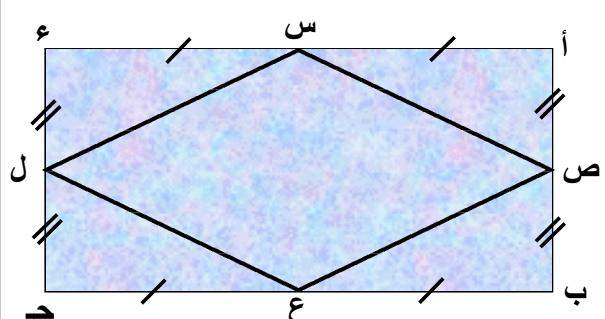
أثبت أن $A-O = \frac{1}{2} B-C$



في الشكل المقابل : $A-B-C$ مستطيل

أثبت أن (١) الشكل سرمه معيين

(٢) محاط المعيين = $A-B-C$



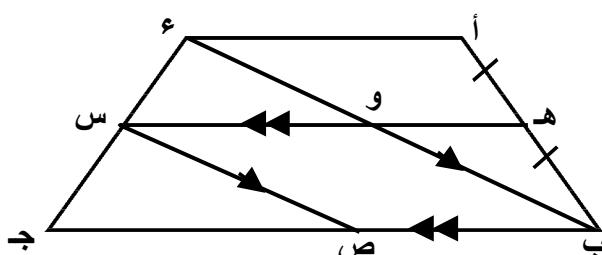
M.M.K

في الشكل المقابل : $A-B-C-D$ شبه منحرف

أثبت أن

(١) الشكل $B-C-D$ سرمه متوازي أضلاع

(٢) $B-C = D-C$

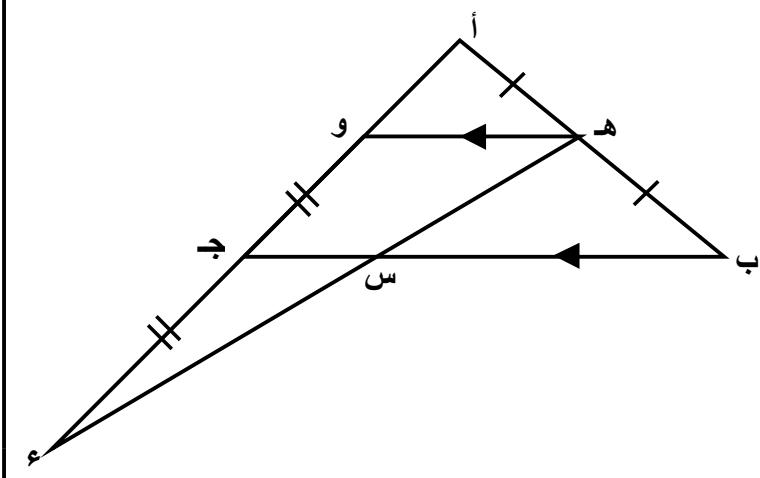


في الشكل المقابل :

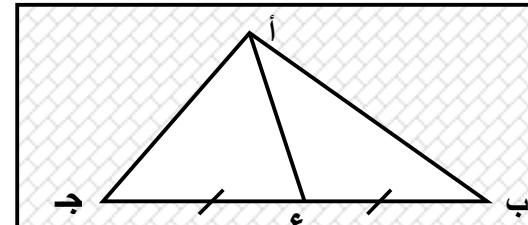
أثبت أن

(١) $G-E = \frac{1}{3} A-E$

(٢) $E-H = H-G$

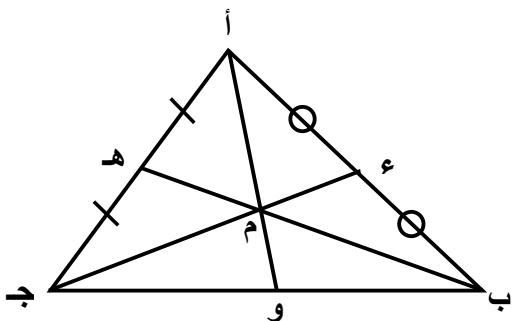


متوسطات المثلث



تعريف :
المتوسط في المثلث هو : القطعة المستقيمة الواقعة بين أي رأس من رؤوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس .
ويوجد للمثلث ٣ متوسطات

نظرية (٥)

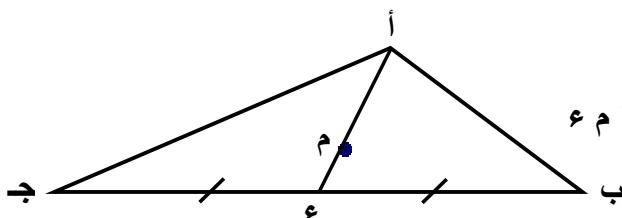


"متوسطات المثلث تقاطع جميعاً في نقطة واحدة " في الشكل المقابل

Q \ ج \ متوسط
R \ ب \ هـ متوسط
S \ مـ هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث
و منتصف بـ ج \ أو متوسط

نظرية (٦)

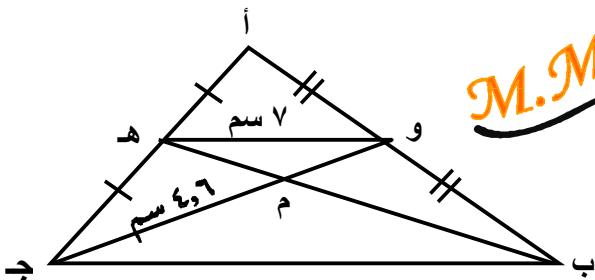
"نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًّا منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة أو ٢ : ١ من جهة الرأس " في الشكل المقابل



$$م = \frac{1}{3} أـ = \frac{1}{2} أـ م ، \quad أـ = \frac{2}{3} م = 2 م$$

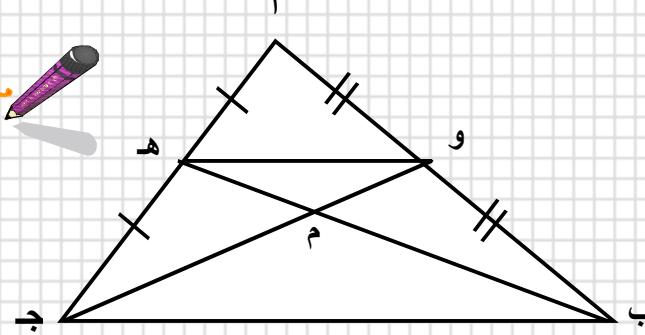
في الشكل المقابل :

جـ، بـ متوسطان في ١\أـ بـ جـ
، بـ ٩ سم احسب طول كـلـاً من
بـ ٥ ، ٥ـ جـ و ، بـ جـ



في الشكل المقابل : إذا كان

مـ = ٣ سم ، بـ = ٤ سم ، بـ جـ = ٨ سم
احسب طول جـ مـ ، ٥ـ جـ . ثم احسب
محيط ٥ـ جـ ، محيط ٥ـ بـ جـ





والي لقاء آخر قريباً إن شاء الله
والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته
مع تحيات أخيمكم الأستاذ /

محمود عبد الحميد

مدرس رياضيات

سوهاج - مصر

**للإستفسار أو المراسلة على العنوانين
التالية :**

Mmm15967@hotmail.com

Mmm15967@yahoo.com

M15967@maktoob.com

15967@maktoob.com

هاتف جوال 0101291721

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

يَتَأْلِفُهَا الَّذِينَ ظَاهَرُوا إِذَا قِيلَ لَكُمْ تَقْسَحُوا فِي الْمَجَالِسِ فَافْسُحُوا
يَفْسَحُ اللَّهُ لَكُمْ وَإِذَا قِيلَ أَنْشُرُوا فَانْشُرُوا يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ظَاهَرُوا
مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَتٌ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ﴿١١﴾

M.M.K

